

Труды МАИ. 2025. № 142
Trudy MAI. 2025. No. 142. (In Russ.)

Научная статья

УДК 629.7.036

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185103>

EDN: <https://www.elibrary.ru/NRQHVK>

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВАЛА ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ЕГО КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Антон Равильевич Усманов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

ysman2d@gmail.com

Аннотация: В статье произведена оценка влияния неточностей изготовления вала газотурбинного двигателя на его крутильные колебания. В обзорной части были рассмотрены случаи, в которых присутствие производственных погрешностей может привести к возникновению эффектов, негативно сказывающихся на работе двигателя. Например, в вале, выполненном с отклонениями, может появиться дополнительный дисбаланс в работе, который приведет к увеличению рабочего прогиба вала. Такие эффекты свидетельствуют о необходимости правильного контролирования отклонений в размерах (допусков) изготавливаемых деталей, которое можно проводить с применением методов математического моделирования. В данной работе был произведен анализ крутильных колебаний выбранного ротора с применением метода конечных элементов. Была разработана конечно-элементная модель ротора и

определена первая крутильная собственная частота и соответствующая ей собственная форма колебаний ротора. Сравнительная оценка полученных результатов и результатов расчета с применением упрощенного аналитического подхода показала, что конечно-элементная модель дает результаты, близкие к аналитическому методу. Далее конечно-элементная модель была использована для оценки влияния погрешностей изготовления вала на его крутильные колебания. Для этого в геометрической модели вала в составе рассмотренного ранее ротора была внедрена заданная разнотолщинность и расчет был повторен с теми же исходными данными. Результаты показали, что наличие разнотолщинности приводит к смещению места концентраций напряжений в сторону области утончения вала, что согласуется с предположениями. При этом максимальное значение напряжений увеличилось примерно на 12% (значение собственной частоты не изменилось). Таким образом, наличие неточностей изготовления валов может ощутимо влиять на их НДС при крутильных колебаниях. В работе продемонстрировано также, что изменение области концентраций напряжений вследствие наличия производственных погрешностей может привести, соответственно, к изменению мест появления трещин. Таким образом, разработанный метод можно применять для более точного определения таких зон.

Ключевые слова: роторная динамика, производственные погрешности, допуск, крутильные колебания, вал

Для цитирования: Усманов А.Р. Влияние погрешностей изготовления вала газотурбинного двигателя на его крутильные колебания // Труды МАИ. 2025. № 142.

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185103>

Original article

AFFECTION OF MANUFACTURING ERRORS OF A GAS TURBINE SHAFT ON ITS TORSIONAL OSCILLATIONS

Anton R. Usmanov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,

Saint Petersburg, Russia

ysman2d@gmail.com

Abstract: In this work the affection of the shaft manufacturing errors on its torsional oscillations was analyzed. In the literature review part the author considered the cases, on which imperfection in shafts could lead to effects, which could be hazardous for the engine during its operation. For instance, if there is imperfection in a shaft, there could occur an unbalance during its operation, which could lead to additional deflection of the shaft. Such effects prove the necessity of the proper controlling of gas turbine part size deviation (tolerances), which could be conducted with mathematical modelling methods applied. In the present work the analysis of torsional oscillations of the considered rotor was carried out by implementing the finite element method. The finite element model of the rotor was constructed and the first torsional natural mode and the corresponding first natural frequency of the rotor were obtained. The comparison of the obtained results with the ones of the calculation with implementation of the simplified analytical approach showed, that the finite element model gives the results close to the analytical one. Then the finite element model was used to estimate the influence of the manufacturing errors of a shaft on its torsional oscillations. For this purpose, in the geometrical model of the shaft being the part of the

rotor considered before the specified thickness variation was inserted and the calculation was repeated with the same source data. The results showed, that thickness variation presence leads to the shift of the area of the stress concentration to the zone of the shaft thinning, which matches assumptions. At the same time, the maximum value for the stress raised by 12% (the value for the natural frequency didn't change). Overall, shaft imperfection presence could significantly affect its stress-strain behavior upon torsional oscillations. In the present work it was also demonstrated, that the shifting of the area of stress concentration caused by the presence of manufacturing errors could lead to the corresponding shifting of the area of potential cracks. Therefore, the developed method can be implemented in order to determine such zones more accurately.

Keywords: rotor dynamics, manufacturing errors, tolerance, torsional oscillations, shaft

For citation: Usmanov A.R. Affection of manufacturing errors of a gas turbine shaft on its torsional oscillations. *Trudy MAI*. 2025. no. 142. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=185103>

1. Введение

При производстве деталей машин, в частности газотурбинных двигателей, всегда присутствуют отклонения от их размеров по чертежу (номинальных размеров) [1-12]. Такие неточности обычно контролируются максимально допустимыми отклонениями (допусками), которые определяют, насколько эти размеры могут варьироваться от детали к детали. В случае простых цилиндрических валов такие допуска устанавливаются для разнотолщинности, биения наружной поверхности и биения посадочных поверхностей [13].

При работе газотурбинного двигателя динамические эффекты, происходящие на валах (например, вибрации), могут привести к разрушению вала и, как следствие, к выходу из строя двигателя [14]. Таким образом, устранение таких эффектов является важной задачей при проектировании изделий.

В работах [13,15-17] было показано, что погрешности изготовления вала могут значительно повлиять на его динамику, вызванную дисбалансом. Таким образом, правильное контролирование неточностей изготовления вала может способствовать снижению негативных эффектов, вызванных его рабочим прогибом.

Кроме поперечных колебаний, вызванных наличием дисбаланса, могут иметь место продольные и крутильные колебания вала. Последние обычно могут появляться вследствие наличия возмущений с частотами, кратными частоте вращения вала [18].

Цель настоящей работы – оценить влияние погрешностей изготовления вала на его крутильные колебания.

2. Методы исследования

Из курса теории колебаний известно, что свободные крутильные колебания многомассовой крутильной системы могут быть описаны следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 \ddot{\varphi}_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l_{1,2}} \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{1,2}} + \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{l_{2,3}} \\ \dots \\ I_k \ddot{\varphi}_k = \frac{\varphi_{k-1} - \varphi_k}{l_{k-1,k}} + \frac{\varphi_{k+1} - \varphi_k}{l_{k,k+1}} \\ \dots \\ I_n \ddot{\varphi}_n = \frac{\varphi_{n-1} - \varphi_n}{l_{n-1,n}} \end{array} \right. \quad (1)$$

где n - число узлов системы, $\varphi_k(t) = \Phi_k \sin \lambda t$ - угол поворота k -го узла, Φ_k - значение формы колебаний в k -м узле, $\lambda = 2\pi f$, f - собственная частота колебаний, I_k - полярный момент инерции k -го узла, $l_{k,k+1}$ - крутильная податливость участка между k -ым и $k+1$ -ым узлами, которая численно равна углу поворота $k+1$ -го узла при действии в нем единичного момента и закреплении k -го узла.

При известном λ форма колебаний может быть найдена с помощью метода Толле [19]:

$$\begin{array}{l} \Phi_1 = 1 \\ M_{1,2} = -I_1 \lambda^2 \Phi_1 \\ \Phi_2 = \Phi_1 + l_{1,2} M_{1,2} \\ M_{2,3} = M_{1,2} - I_2 \lambda^2 \Phi_2 \\ \Phi_3 = \Phi_2 + l_{2,3} M_{2,3} \\ \dots \\ \Phi_n = \Phi_{n-1} + l_{n-1,n} M_{n-1,n} \\ M_{n,n+1} = M_{n-1,n} - I_n \lambda^2 \Phi_n \end{array} \quad (2)$$

Если $f = \frac{\lambda}{2\pi}$ - собственная частота, то $M_{n,n+1} = 0$. С помощью перебора можно найти такое λ , для которого $M_{n,n+1} \approx 0$. Таким образом, можно приближенно найти собственную частоту и собственную форму крутильных колебаний многомассовой

крутильной системы.

При переходе к непрерывной трехмерной системе уравнения движения в конечно-элементной аппроксимации могут быть записаны в виде:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (3)$$

где $\{u\}$ - вектор узловых перемещений, $[M]$ - матрица масс, $[K]$ - матрица жесткости, $\{F\}$ - вектор внешних узловых сил (<https://ansyshelp.ansys.com>).

Задача определения собственных форм и частот колебаний системы, описываемой (3), сводится к нахождению собственного значения λ , для которого будет выполняться равенство:

$$[K]\{\varphi\} = \lambda[M]\{\varphi\} \quad (4)$$

где $\{\varphi\}$ - вектор собственной формы колебаний.

Для решения данной задачи может быть применен, например, блочный метод Ланцоша [20].

3. Постановка задачи

Рассмотрим вал в составе ротора, изображенный на рис.1.

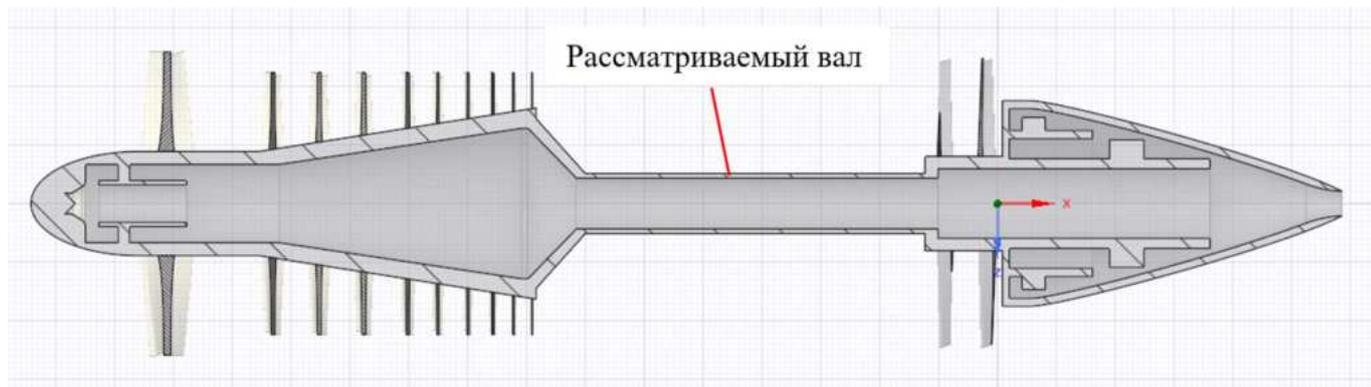


Рис. 1. Рассматриваемый ротор

Конечно-элементная модель ротора, описываемая уравнениями (4), показана на рис. 2.

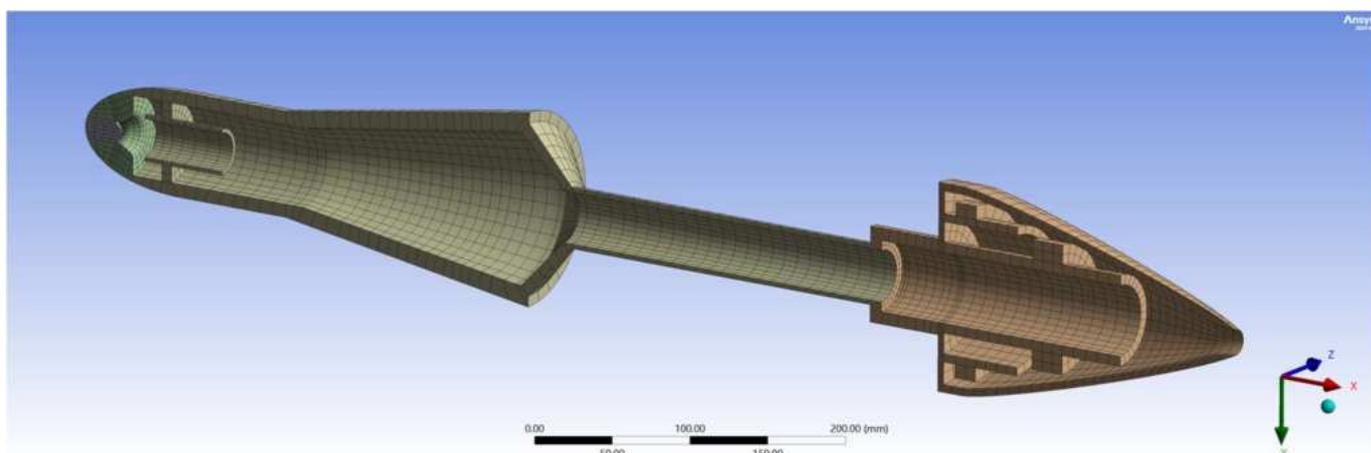


Рис. 2. Расчетная конечно-элементная модель

Расчеты проводились в следующем порядке:

1. Была определена первая крутильная собственная частота ротора и соответствующая ей форма колебаний с применением разработанной конечно-элементной модели.
2. Расчет был повторен в аналитической постановке путем решения (1) с помощью (2); результаты были сопоставлены с решением, полученным в п.1.
3. Расчет в п.1 был повторен для случая вала, выполненного с разнотолщинностью (см. рис.3), результаты были сопоставлены; разнотолщинность задавалась по формуле, рекомендуемой при определении допускаемых отклонений в форме поковок (<https://промпортал.su/otklon/>).

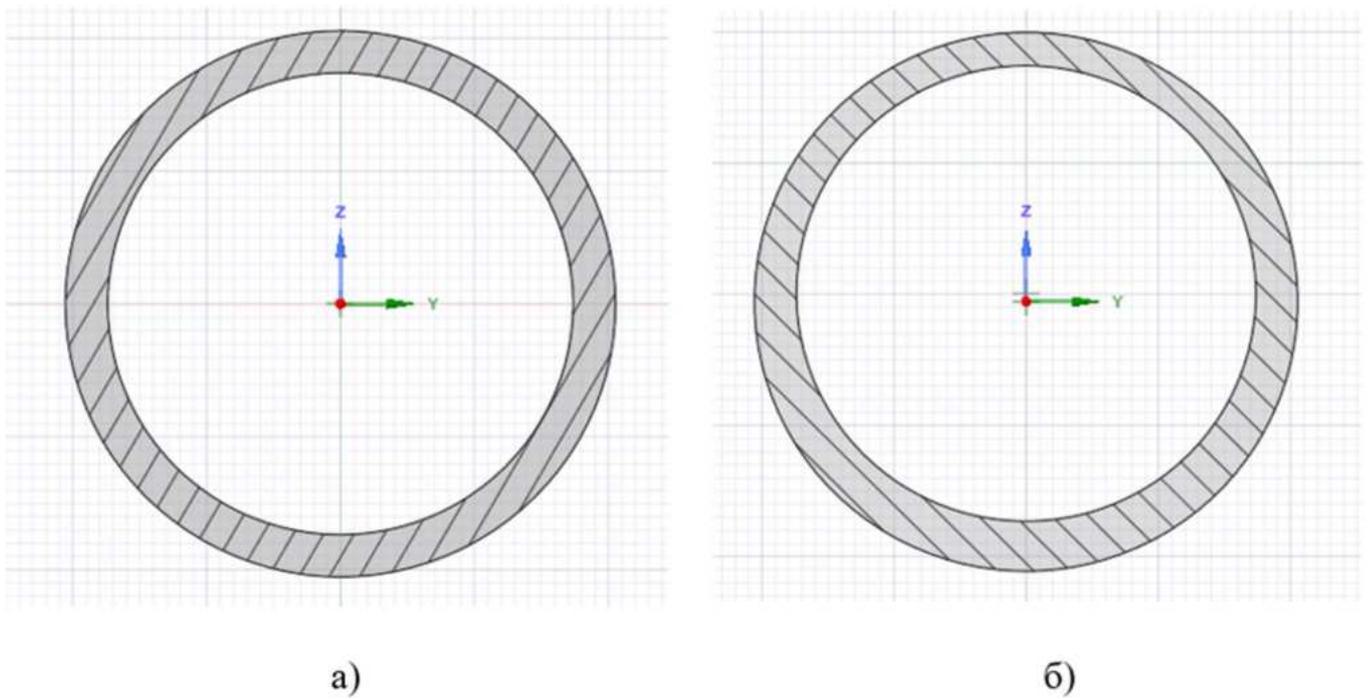


Рис. 3. Сечение вала: а) исходного (б) разнотолщинного

4. Результаты

Первая крутильная собственная форма колебаний вала, полученная с применением конечно-элементной и аналитической моделей показана на рис. 4.

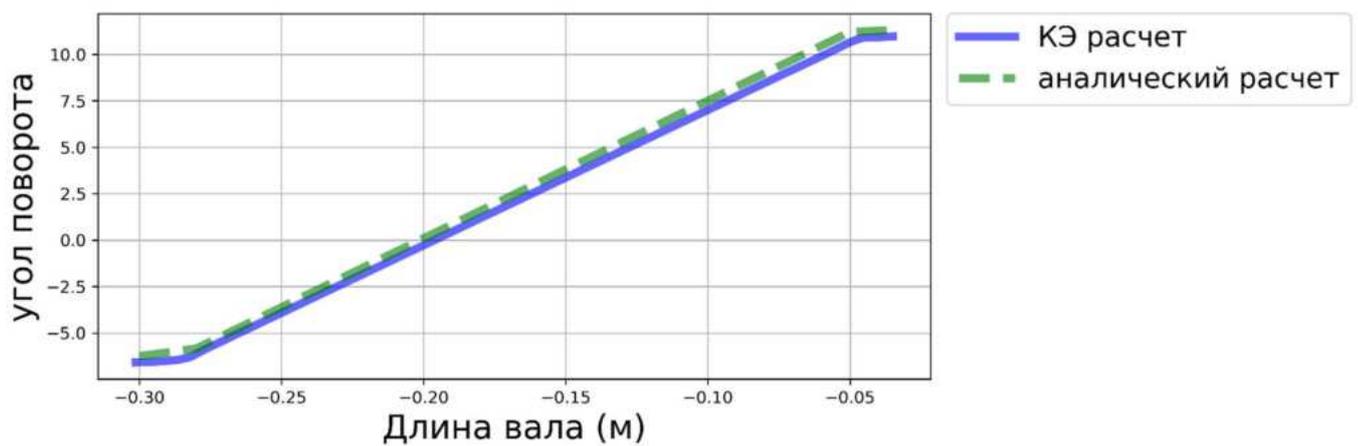


Рис. 4. Первая крутильная собственная форма колебаний вала (значение собственной частоты: для КЭ расчёта 326.8 Гц, для аналитического расчёта 342.2

Гц)

Результаты показали хорошее соответствие двух подходов. В дальнейшем для определения напряжений будет использована конечно-элементная модель.

Первая крутильная собственная форма колебаний ротора показана на рис. 5.

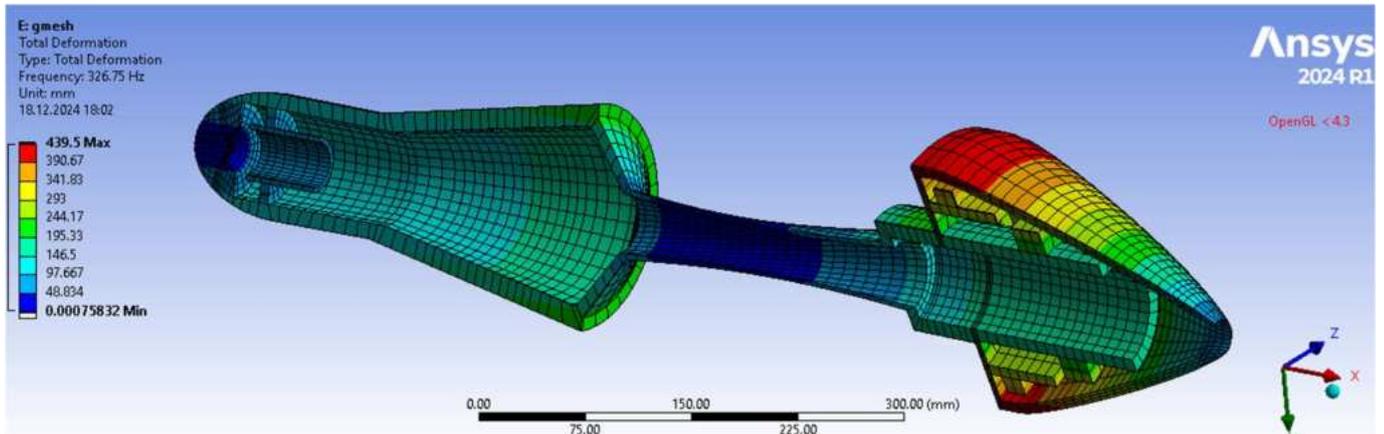


Рис. 5. Первая крутильная собственная форма колебаний

Распределение эквивалентных напряжений в местах их концентрации для исходного и разнотолщинного валов показано на рис. 6.

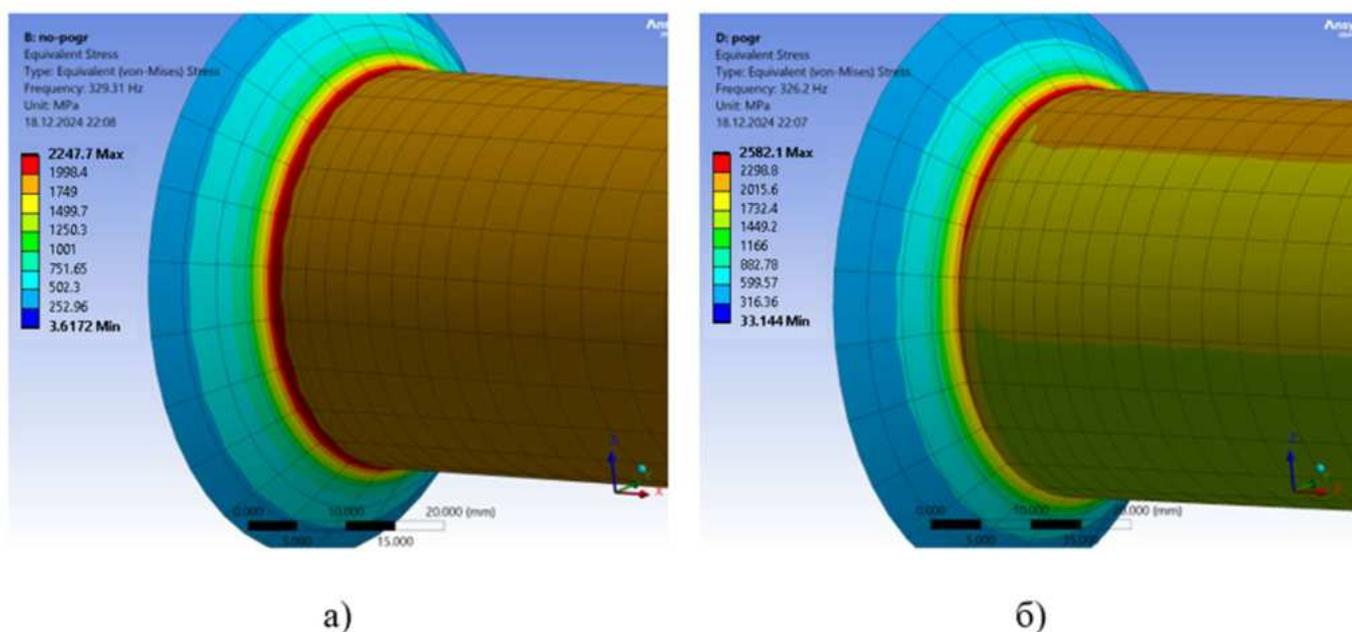


Рис. 6. Распределение эквивалентных по Мизесу напряжений: а) исходный вал (собственная частота 329.3 Гц, максимальное значение напряжения 2250 МПа); б) разнотолщинный вал (собственная частота 326.2 Гц, максимальное значение напряжения 2580 МПа);

Результаты показывают, что хотя разнотолщинность не влияет в значительной степени на собственную частоту, она вносит ощутимый вклад в напряжения, увеличивая их примерно на 12% в местах утончения сечения вала.

5. Заключение

В настоящей работе была произведена оценка влияния погрешностей изготовления вала на его крутильные колебания. Была решена тестовая задача по определению первой крутильной собственной частоты и соответствующей ей собственной формы колебаний вала в составе выбранного ротора с применением разработанной конечно-элементной модели. Данная модель была валидирована посредством решения дискретной аналитической задачи, результаты показали

хорошее соответствие двух подходов. Расчет был повторен для вала, выполненного с разнотолщинностью. Результаты показали, что наличие погрешности изготовления вала вносит ощутимый вклад в максимальные эквивалентные напряжения в нем.

Полученные результаты демонстрируют, что наличие погрешностей изготовления валов ГТД может ощутимо влиять на их НДС. Таким образом, необходимо в отдельных случаях при проведении математического моделирования внедрять эти погрешности в геометрические модели.

Результаты, полученные в данной работе, дополняют исследования погрешностей валов ГТД, полученные в предыдущих работах, и позволяют сделать вывод, что погрешности изготовления валов могут не только приводить к возникновению поперечных колебаний, но и в значительной степени влиять на напряжения в валах при крутильных колебаниях.

Разработанный метод определения эквивалентных напряжений вала, учитывающий наличие в нем производственных неточностей, в дальнейшем можно применять на реальных объектах для уточнения наиболее нагруженных участков валов с более высоким риском возникновения трещин.

Следует отметить, что в данной работе была произведена лишь оценка влияния погрешностей вала на его крутильные колебания, при этом была получена только форма колебаний напряжений. Для определения конкретных значений необходимо проводить исследования по определению нагрузки, возбуждающей крутильные колебания ротора, с последующим приложением этой нагрузки в гармоническом анализе.

Список источников

1. Болховитин М.С., Ионов А.В. Повышение качества изготовления штамповой оснастки для компрессоров газотурбинных двигателей // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=46719>
2. Смирнов М.М., Малюгин А.С. Разработка гибридных композитов на основе синтетических смол, модифицированных наночастицами металлов и керамики. Создание опытного производства // Труды МАИ. 2010. № 38. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=14540>
3. Маннапов А.Р., Зайцев А.Н. Особенности вырезки массивов малоразмерных близкорасположенных выступов методом импульсной электрохимической обработки // Труды МАИ. 2010. № 38. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=14609>
4. Ендогур А.И., Кравцов В.А., Солошенко В.Н. Принципы рационального проектирования авиационных конструкций с применением композиционных материалов // Труды МАИ. 2014. № 72. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=47572>
5. Леонтьев М.К., Иванов А.В. Модальный анализ динамических систем роторов // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2005. № 3. С. 31–35.
6. Clark W., Kim J., Marangoni R. Active Control of Dynamic Bearing Loads in Rotating Machinery Using Non-Invasive Measurements // Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air – American Society of Mechanical Engineers. 1994. V. 78873, P. V005T14A013.
7. Брюханов С.А., Крисанов А.Е., Жариков В.В., Филянкин С.В. Влияние теплового дисбаланса на ротор насосно-компрессорного и турбинного оборудования //

Евразийский союз ученых. 2015. № 12-5 (21). С. 35–37.

8. Murillo-Marrodán A., García E., Barco J., Cortés F. Analysis of wall thickness eccentricity in the rotary tube piercing process using a strain correlated FE model // Metals. 2020. V. 21 (8), P. 1045. DOI: [10.3390/met10081045](https://doi.org/10.3390/met10081045)

9. Choudhury T., Viitala R., Kurvinen E., Viitala R., Sopanen J. Unbalance estimation for a large flexible rotor using force and displacement minimization // Machines. 2020. V. 8 (3), P. 39. DOI: [10.3390/machines8030039](https://doi.org/10.3390/machines8030039)

10. Pennacchi P. Robust estimate of excitations in mechanical systems using M-estimators—Theoretical background and numerical applications // Journal of Sound and Vibration. 2008. V. 310 (4-5), P. 923-946. DOI: [10.1016/j.jsv.2007.08.007](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.08.007)

11. Nelson F.C. Rotor dynamics without equations // International Journal of COMADEM. 2007. V. 10 (3), P. 2.

12. Zhao S., Ren X., Deng W., Lu K., Yang Y., Fu C. A transient characteristic-based balancing method of rotor system without trail weights // Mechanical Systems and Signal Processing. 2021. V. 148, P. 107-117. DOI: [10.1016/j.ymsp.2020.107117](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.107117)

13. Усманов А.Р., Модестов В.С. Метод задания центробежных нагрузок валов при расчете дисбалансного поведения роторов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2023. № 16 (1). С. 132–139.

14. Громов В.И., Якушева Н.А., Востриков А.В., Черкашнева Н.Н. Высокопрочные конструкционные стали для валов газотурбинных двигателей (обзор) // Авиационные материалы и технологии. 2021. № 1 (62). С. 3–12.

15. Усманов А.Р., Модестов В.С. Центробежная нагрузка вала с учетом эффекта двойкой изгибной жесткости // Всероссийская научная конференция «Неделя науки

ФизМех» (Санкт-Петербург, 3–7 апреля 2023): сборник статей. - Санкт-Петербург: Политех-Пресс, 2023. С. 316-318.

16. Усманов А.Р., Модестов В.С. Влияние двойкой изгибной жесткости вала на его рабочий прогиб // XIII всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, 21–25 августа 2023): сборник статей. - Санкт-Петербург: Политех-Пресс, 2023. С. 353-356.

17. Usmanov A., Modestov V., Lukin A., Freidin A., Shtukin L., Yashchurzhinskaya O. Operational deflection of a three-dimensional shaft with dual stiffness // *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1080/15397734.2024.2428753>

18. Урьев Е.В., Жуков С.В., Кистойчев А.В., Биялт М.А., Бочкарев Е.В., Кшесинский Д.С. О крутильных колебаниях валопроводов мощных паротурбинных агрегатов в условиях эксплуатации // *Надежность и безопасность энергетики*. 2017. № 10 (2). С. 126-134.

19. Попык К.Г. Динамика автомобильных и тракторных двигателей. - М.: Высшая школа, 1970. – 328 с.

20. Grimes R.G., Lewis J.G., Simon H.D. A shifted block Lanczos algorithm for solving sparse symmetric generalized eigenproblems // *SIAM Journal Matrix Analysis Applications*. 1996. V. 15 (1), P. 228-272. DOI: [10.1137/S0895479888151111](https://doi.org/10.1137/S0895479888151111)

References

1. Bolkhovitin M.S., Ionov A.V. The improvement of turbine engine compressor blades die tooling manufacturing quality. *Trudy MAI*. 2013. No. 71. (In Russ.). URL:

<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=46719>

2. Smirnov M.M., Malyugin A.S. Development of hybrid composites based on synthetic resins, modified with nanoparticles of metals and ceramics. Creation of pilot production. *Trudy MAI*. 2010. No. 38. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=14540>
3. Mannapov A.R., Zaitsev A.N. Features of creating plurality of small-sized pins by the method of pulse electrochemical machining. *Trudy MAI*. 2010. No. 38. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=14609>
4. Endogur A.I., Kravtsov V.A., Soloshenko V.N. Principles of rational aviation structural design with the use of composite materials. *Trudy MAI*. 2014. No. 72. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=47572>
5. Leont'ev M.K., Ivanov A.V. Modal analysis of dynamic rotor systems. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*. 2005. No. 3. P. 31–35. (In Russ.)
6. Clark W., Kim J., Marangoni R. Active Control of Dynamic Bearing Loads in Rotating Machinery Using Non-Invasive Measurements. *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air – American Society of Mechanical Engineers*. 1994. V. 78873, P. V005T14A013.
7. Bryukhanov S.A., Krisanov A.E., Zharikov V.V., Filyankin S.V. The effect of thermal unbalance on the rotor of pump-compressor and turbine equipment. *Evrasiiskii soyuz uchenykh*. 2015. No. 12-5 (21). P. 35–37. (In Russ.)
8. Murillo-Marrodán A., García E., Barco J., Cortés F. Analysis of wall thickness eccentricity in the rotary tube piercing process using a strain correlated FE model. *Metals*. 2020. V. 21 (8), P. 1045. DOI: [10.3390/met10081045](https://doi.org/10.3390/met10081045)
9. Choudhury T., Viitala R., Kurvinen E., Viitala R., Sopanen J. Unbalance estimation for a large flexible rotor using force and displacement minimization. *Machines*. 2020. V. 8 (3), P.

39. DOI: [10.3390/machines8030039](https://doi.org/10.3390/machines8030039)

10. Pennacchi P. Robust estimate of excitations in mechanical systems using M-estimators—Theoretical background and numerical applications. *Journal of Sound and Vibration*. 2008. V. 310 (4-5), P. 923-946. DOI: [10.1016/j.jsv.2007.08.007](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.08.007)

11. Nelson F.C. Rotor dynamics without equations. *International Journal of COMADEM*. 2007. V. 10 (3), P. 2.

12. Zhao S., Ren X., Deng W., Lu K., Yang Y., Fu C. A transient characteristic-based balancing method of rotor system without trail weights. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2021. V. 148, P. 107-117. DOI: [10.1016/j.ymssp.2020.107117](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107117)

13. Usmanov A.R., Modestov V.S. Method of specifying the centrifugal loads of shafts in calculation of the rotor unbalance behavior. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki*. 2023. No. 16 (1). P. 132–139. (In Russ.)

14. Gromov V.I., Yakusheva N.A., Vostrikov A.V., Cherkashneva N.N. High strength structural steels for gas-turbine engine shafts (review). *Aviatsionnye materialy i tekhnologii*. 2021. No. 1 (62). P. 3–12. (In Russ.)

15. Usmanov A.R., Modestov V.S. Shaft centrifugal load accounting for dual stiffness effect. *Vserossiiskaya nauchnaya konferentsiya «Nedelya nauki FizMekh»*: sbornik statei. Saint-Petersburg: Politekh-Press Publ., 2023. P. 316-318.

16. Usmanov A.R., Modestov V.S. Affecting of dual stiffness of a shaft on its operational deflection. *XIII vs Rossiiskii s"ezd po teoreticheskoi i prikladnoi mekhanike*: sbornik statei. Saint-Petersburg: Politekh-Press Publ., 2023. P. 353-356.

17. Usmanov A., Modestov V., Lukin A., Freidin A., Shtukin L., Yashchurzhinskaya O. Operational deflection of a three-dimensional shaft with dual stiffness. *Mechanics Based*

<https://doi.org/10.1080/15397734.2024.2428753>

18. Ur'ev E.V., Zhukov S.V., Kistoichev A.V., Biyalt M.A., Bochkarev E.V., Kshesinskii D.S. On torsional oscillations of shaft trains of powerful steam turbine units under operating conditions. *Nadezhnost' i bezopasnost' energetiki*. 2017. No. 10 (2). P. 126-134. (In Russ.)
19. Popyk K.G. *Dinamika avtomobil'nykh i traktornykh dvigatelei* (Dynamics of automobile and tractor engines). Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1970. 328 p.
20. Grimes R.G., Lewis J.G., Simon H.D. A shifted block Lanczos algorithm for solving sparse symmetric generalized eigenproblems. *SIAM Journal Matrix Analysis Applications*. 1996. V. 15 (1), P. 228-272. DOI: [10.1137/S0895479888151111](https://doi.org/10.1137/S0895479888151111)

Статья поступила в редакцию 06.03.2025

Одобрена после рецензирования 15.03.2025

Принята к публикации 25.06.2025

The article was submitted on 06.03.2025; approved after reviewing on 15.03.2025; accepted for publication on 25.06.2025