

Труды МАИ. 2025. № 141
Trudy MAI. 2025. No. 141. (In Russ.)

Научная статья

УДК 539.31

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184494>

EDN: <https://www.elibrary.ru/FBUNCA>

ПРИМЕНЕНИЕ НОВОЙ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОПОР ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ КИРХГОФА-ЛЯВА

Сергей Алексеевич Боршевецкий

ПАО «Яковлев», Москва, Российская Федерация

wrdeew@bk.ru

Аннотация. В данной работе рассматривается применение ранее разработанной новой методики определения расположения дополнительных опор в прямоугольной пластине при действии произвольной нагрузки для цилиндрической оболочки. Методика базируется на использовании известных математических методов: функции влияния и метода компенсирующих нагрузок. В цилиндрической системе координат оболочка удобно разворачивается в пластину, что позволяет применить методику, учитывая нюансы. В частности, дается ссылка на работу по исследованию применимости новой методики для цилиндрических оболочек. В работе рассматриваются два вида сосредоточенного нагружения: статическое и гармоническое.

Ключевые слова: оболочка Кирхгофа-Лява, цилиндрическая оболочка, жесткость конструкции, шарнирное опирание, пластина, функция влияния

Для цитирования: Боршевецкий С.А. Применение новой методики определения расположения дополнительных опор для цилиндрической оболочки Кирхгофа-Лява

// Труды МАИ. 2025. № 141. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184494>

Original article

APPLICATION OF A NEW METHOD FOR DETERMINING THE LOCATION OF ADDITIONAL SUPPORTS FOR THE KIRCHHOFF-LOVE CYLINDRICAL SHELL

Sergey A. Borshevetskiy

PJSC Yakovlev, Moscow, Russian Federation

wrdeww@bk.ru

Abstract. In early works, a new method was developed for the analytical determination of the location of a large number of concentrated hinged additional supports, based on a given condition of structural rigidity. The successful testing of the technique for rectangular plates using two motion models: Kirchhoff and Timoshenko, as well as the analytical form of solving the problem allowed us to continue the research in this direction.

The next step was to check the universal applicability of the new technique for curved shells of the Kirchhoff-Love model. As an object of research, a thin cylindrical shell is considered, pivotally supported along the edges, in an arbitrary place of which an arbitrary load acts. Additional ones are placed over the area of the cylinder in such a way that, under the action of an arbitrary load, the maximum deflection does not exceed a predetermined value. With regard to the thin Kirchhoff-Love shell, the maximum deflection should not exceed half the thickness.

The paper considers concentrated static and harmonic loads. The essence of the methodology and the approach to solving the problem remain the same in relation to the cylindrical shell.

As a result of calculations, the technique shows itself perfectly for curved shells: boundary conditions are met along the edges of the shell, in additional supports, and the condition of the joint (the unfolding of the shell into the plate) is also observed. Also, the resulting design of a single segment satisfies the established condition of rigidity and there is an additional margin of rigidity.

Keywords: Kirchhoff-Love shell, cylindrical shell, structural rigidity, hinge support, plate, influence function

For citation: Borshevetskiy S.A. Application of a new method for determining the location of additional supports for the Kirchhoff-Love cylindrical shell. *Trudy MAI*. 2025. No. 141. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=184494>

1. Введение

В современном машиностроении для повышения экономичности продукции все чаще используются тонкие панели и обшивки, представляющие собой тонкие оболочки, не способные нести даже небольшую нормальную нагрузку. Существуют много методов по увеличению жесткости конструкции.

Первым способом является применение вафельных оболочек. Данный вид оболочек широко используется в современной ракетно-космической отрасли и авиационной технике. В этих задачах определяется геометрия обшивки и ее ребер для избегания потери устойчивости конструкции, о чем подробнее можно узнать в пособии [1]. Об актуальности данного направления говорит современная работа [2].

Другим способом решения задачи о подкрепленных оболочках является использование уточненной теории с высоким порядком аппроксимации. Работы [3, 4] демонстрируют энергетический подход, где отмечается более высокая точность решения, чем традиционные «простые» модели Кирхгофа и Тимошенко.

В предыдущей работе [5] была разработана новая методика определения аналитических зависимостей между видом внешней нагрузки и расположением дополнительных опор для шарнирно опертой пластины на основании условия жесткости. Причем была произведена апробация [6, 7] для двух моделей движения пластины: Кирхгофа и Тимошенко [8].

А сама методика базируется на использовании известных математических методов. Для универсальной подстановки нагрузки используется методика решения на основании функции влияния (Грина). Работы [9 - 13] отлично демонстрируют использование данного метода. Замена опор соответствующими нагрузками является частным случаем метода компенсирующих нагрузок [14]. Примерами использования

данного метода могут служить следующие работы [15 - 17]. В завершении проводится верификация при помощи метода конечных элементов.

В данной работе описывается применение новой методики для цилиндрической оболочки Кирхгофа-Лява.

2. Общая постановка задачи

Рассматривается тонкая цилиндрическая оболочка известного радиуса R , высоты H и постоянной толщины h , выполненная из упругого изотропного материала. Оболочка закреплена подвижными шарнирами по торцам, а также имеет множество дополнительных опор по площади (Рисунок 1). Черными точками обозначены локальные закрепления, которые не запрещают тангенциальные перемещения, но ограничивают нормальный прогиб. Начало цилиндрической системы координат расположено таким образом, что модель удобно визуально представляется по аналогии с прямоугольной пластиной, причем угол α изменяется в пределах $[-\pi, \pi]$. Дополнительные опоры расставлены с одинаковым шагом по осям координат, образуя равные сегменты, удовлетворяющие условию жесткости конструкции: максимальный прогиб не превышает заранее заданного значения w_0 . Однако для теории тонких оболочек Кирхгофа-Лява максимальный нормальный прогиб не должен превышать половину толщины оболочки [18].

$$\begin{aligned} |w_{\max}(\alpha, z, t)| &\leq w_0, \\ w_0 &\leq \frac{h}{2}. \end{aligned} \quad (1)$$

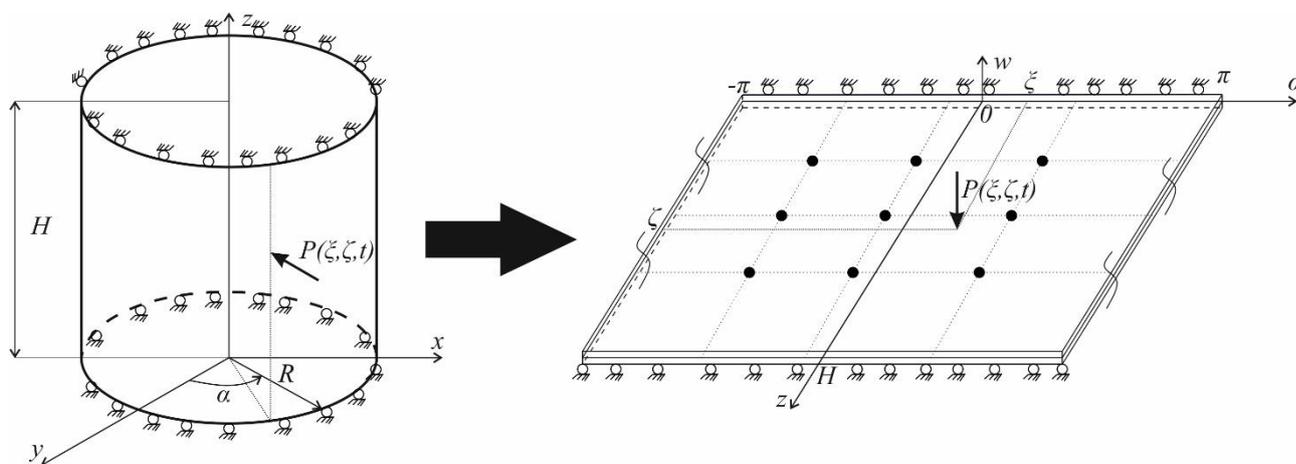


Рисунок 1 — Общая постановка задачи

В начальный момент времени в произвольное место по нормали действует, в общем случае, нестационарное сосредоточенное воздействие. Требуется определить необходимое количество и расположение дополнительных опор, удовлетворяющих условию жесткости конструкции (1). Методика решения задачи совпадает с ранее апробированными и упомянутыми работами для прямоугольной пластины.

Для определения размера сегмента берем опертую подвижными шарнирами по торцам тонкую цилиндрическую оболочку размерами 2π на H постоянной толщины h , имеющую лишь четыре дополнительные опоры (Рисунок 2). Материал оболочки упругий и изотропный. Начало декартовой системы координат расположено таким образом, что угол α изменяется в пределах $[-\pi, \pi]$. В центр развернутой оболочки с координатами $\left(0, \frac{H}{2}\right)$ приложена, в общем случае, нестационарная сосредоточенная нагрузка $P\left(0, \frac{H}{2}, t\right)$.

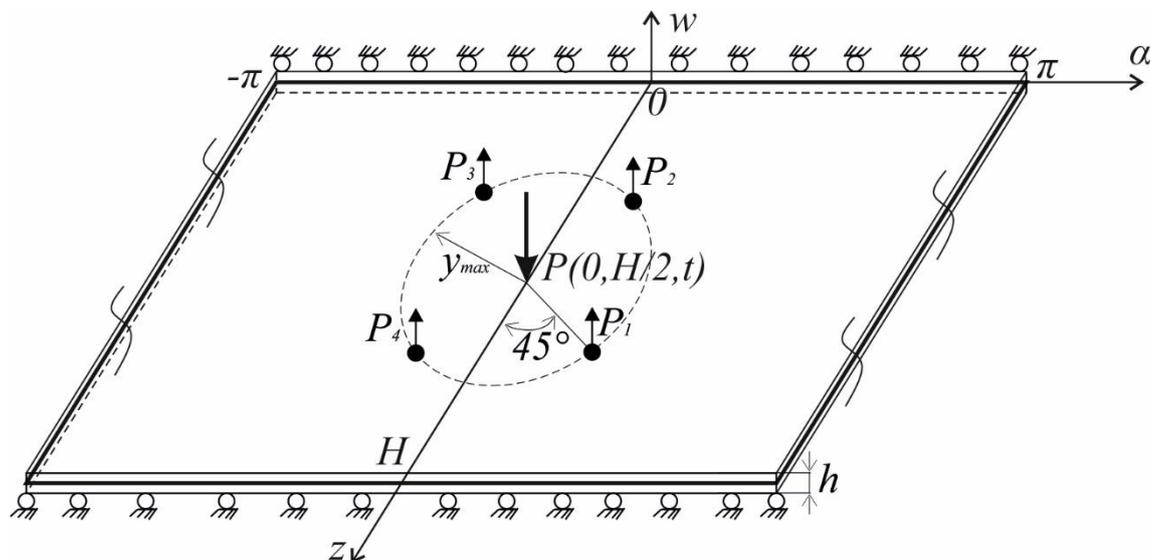


Рисунок 2 — Постановка задачи для определения размера сегмента

Вокруг точки приложения нагрузки на некотором радиусе y_{max} , подлежащем определению, установлены четыре дополнительные опоры, образующие квадратный сегмент.

3. Решение задачи для статической нагрузки

Рассмотрим случай статического сосредоточенного воздействия. Уравнение движения оболочки Кирхгофа-Лява в перемещениях запишется следующим образом:

$$0 = \mathbf{K}\mathbf{w} + \mathbf{p}, \quad \mathbf{K} = (K_{ij})_{3 \times 3}, \quad (2)$$

$$\mathbf{w} = (u_\alpha, u_z, w)^T, \quad \mathbf{p} = (0, 0, P_A)^T.$$

Здесь K_{ij} – дифференциальные операторы следующего вида:

$$K_{11}(u_\alpha) = \frac{h(\lambda + 2\mu)}{R^2} \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial \alpha^2} + \mu \left(h + \frac{I}{R^2} \right) \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial z^2},$$

$$K_{12}(u_z) = \frac{1}{R} \left(h(\lambda + \mu) - \frac{\mu I}{R^2} \right) \frac{\partial^2 u_z}{\partial \alpha \partial z},$$

$$K_{13}(w) = \frac{h(\lambda + 2\mu)}{R^2} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{2\mu I}{R^2} \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha \partial z^2},$$

$$K_{21}(u_\alpha) = K_{12}(u_\alpha),$$

$$K_{22}(u_z) = \frac{\mu}{R^2} \left(h + \frac{I}{R^2} \right) \frac{\partial^2 u_z}{\partial \alpha^2} + h(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2},$$

$$K_{23}(w) = \frac{2\mu I}{R^3} \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha^2 \partial z} + \frac{h\lambda}{R} \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$K_{31}(u_\alpha) = -K_{13}(u_\alpha), \quad K_{32}(u_z) = -K_{23}(u_z),$$

$$K_{33}(w) = -\frac{I(\lambda + 2\mu)}{R^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} - \frac{4\mu I}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2 \partial z^2} - I(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} -$$

$$-\frac{2I(\lambda + 2\mu)}{hR^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{R^2} \left(h + \frac{I}{R^2} \right) w.$$

где u_α — перемещения по оси α , u_z — перемещения по оси z , w — нормальный прогиб, I — момент инерции сечения оболочки, λ и μ — параметры Ляме.

Запишем граничные условия:

$$w(\alpha, z) \Big|_{z=0, H} = T_{\alpha\alpha} \Big|_{z=0, H} = T_{zz} \Big|_{z=0, H} = 0,$$

$$w(\alpha, z) \Big|_{\alpha=-\pi} = w(\alpha, z) \Big|_{\alpha=\pi}.$$

Граничные условия для дополнительных опор имеют вид:

$$w(z_i, q_i) = 0,$$

$$T_{\alpha\alpha}(z_i, q_i) = T_{zz}(z_i, q_i), \quad i = 1..4. \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}
q_1 &= 0 + \frac{y_{\max}}{R} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \quad z_1 = \frac{H}{2} + y_{\max} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \\
q_i &= q_{i-1} + \frac{2}{\sqrt{2}} y_{\max} \sin\left(\frac{i\alpha\pi}{180}\right), \quad i = 2..4, \quad (4) \\
z_i &= z_{i-1} + \frac{2y_{\max}}{R\sqrt{2}} \cos\left(\frac{i\alpha\pi}{180}\right).
\end{aligned}$$

Уравнение движения в перемещениях (2), НУ и ГУ образуют начально-краевую задачу о вынужденных колебаниях. Решение ищется при помощи функции влияния. Представим функции перемещения через свертку с действующей нагрузкой:

$$\begin{aligned}
u_\alpha(\alpha, z) &= G_\alpha(\alpha, z; 0, \xi) * P_A + \sum_{i=1}^4 G_\alpha(\alpha, z; z_i, q_i) * P_i, \\
u_z(\alpha, z) &= G_z(\alpha, z; 0, \xi) * P_A + \sum_{i=1}^4 G_z(\alpha, z; z_i, q_i) * P_i, \quad (5) \\
w(\alpha, z) &= G_w(\alpha, z; 0, \xi) * P_A + \sum_{i=1}^4 G_w(\alpha, z; z_i, q_i) * P_i.
\end{aligned}$$

Тогда постановка задачи переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
0 &= \mathbf{K}G + \mathbf{p}, \quad \mathbf{K} = (K_{ij})_{3 \times 3}, \\
G &= (G_\alpha, G_z, G_w)^T, \quad \mathbf{p} = (0, 0, \delta(\alpha, z - \xi))^T.
\end{aligned}$$

Далее, все входящие в уравнения движения функции раскладываются в тригонометрические ряды Фурье, удовлетворяя граничные условия по краям развернутой оболочки [19, 20].

$$\begin{aligned}
G_\alpha &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} G_{\alpha nm}(\xi) \sin(\lambda_n z) \sin(m\alpha), \quad G_z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} G_{z nm}(\xi) \cos(\lambda_n z) \cos(m\alpha), \\
G_w &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} G_{w nm}(\xi) \sin(\lambda_n z) \cos(m\alpha), \quad \delta(\alpha, z - \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_{nm}(\xi) \sin(\lambda_n z) \cos(m\alpha),
\end{aligned}$$

где

$$\delta_{nm} = \frac{2}{\pi H} \sin(\lambda_n \xi), \quad \lambda_n = \frac{\pi n}{H}, \quad \delta_{n0} = \frac{1}{\pi H} \sin(\lambda_n \xi).$$

Подставляя все обратно в уравнение движения, опустив знаки суммирования и сокращая тригонометрические множители, получаем систему трех уравнений относительно коэффициентов функций влияния. Однако, так как в задаче

рассматривается нормальный прогиб оболочки, то дальнейшая работа ведется с компонентой G_w и ее коэффициентами.

Далее, найденная функция влияния подставляется в функцию нормального прогиба (5) и раскрывается свертка. Применяя граничные условия в дополнительных опорах (3), приходим к СЛАУ относительно реакций в опорах. Найдя их все, приходим к уравнению условия жесткости цилиндрической оболочки относительно неизвестного радиуса y_{max} .

$$w\left(0, \frac{H}{2}; y_{max}\right) + w_0 = 0.$$

В качестве примера, рассматривается цилиндр со следующими характеристиками:

Таблица 1

Физические и геометрические характеристики цилиндра

Характеристика	Величина
Модуль упругости первого рода (Юнга), E , Па	$188 \cdot 10^9$
Коэффициент Пуассона, ν	0,36
Высота цилиндра, H , м	5
Радиус цилиндра, R , м	1,5
Толщина оболочки, h , м	0,003
Число членов ряда, N	160
Амплитуда действующей нагрузки, P_A , Н	-750
Предельно допустимый прогиб, w_0 , м	0,0015

Решение уравнения условия жесткости конструкции приведено на рисунке 3.

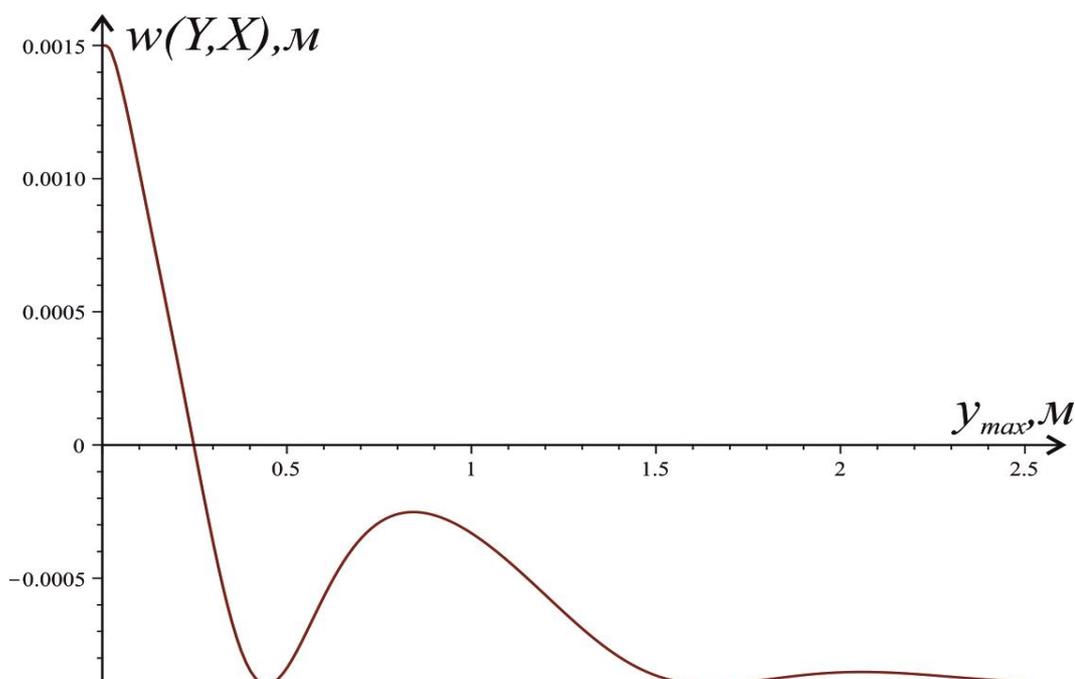


Рисунок 3 — График решения уравнения жесткости

Численно, решение уравнения следующее:

$$y_{\max} = 0,247 \text{ м.}$$

С помощью установленных ранее зависимостей расположения опор по окружности (4), определяем координаты дополнительных опор:

$$q_1 = 2,674, z_1 = 0,1164,$$

$$q_2 = 2,674, z_2 = -0,1164,$$

$$q_3 = 2,325, z_3 = -0,1164,$$

$$q_4 = 2,325, z_4 = 0,1164.$$

Вычитая любые координаты из соседних двух опор, определяем, что размер квадратного сегмента составляет $q_1 - q_3 = 0,349$ м. Однако оболочка может не делиться ровно на найденный размер сегмента. Поэтому сегмент требует корректировки. Определим размер единичного сегмента для искомой оболочки.

Высота цилиндра по оси z составляет $H=5$ м. Поделив высоту на величину квадратного сегмента, получаем $\frac{5}{0,349} = 14,32$ частей. На столько частей поделит оболочку единичный сегмент. Количество опор, необходимых для этого, на единицу меньше. Округляя в большую сторону, для реализации условия жесткости по оси z

необходимо разместить 14 опор, которые поделят оболочку на 15 частей с интервалом

$$z_{opt} = \frac{5}{15} = 0,333 \text{ м.}$$

Выполним аналогичные действия для оси α . Вычитая любые координаты из соседних двух опор, определяем, что шаг квадратного сегмента по угловой координате, переводя в градусы, составляет $(z_1 - z_3) \frac{180}{\pi} = 13,34^\circ$. Размер по угловой координате составляет $\alpha = 360^\circ$. Квадратный сегмент поделит ось, переводя в градусы, на $\frac{360}{13,34} = 26,98$ частей. Вычтя единицу, округляем необходимое количество опор до

26. Тогда по оси α опоры будут расположены с интервалом $\alpha_{opt} = \frac{360}{26} = 13,84^\circ$.

Необходимое количество опор для искомой цилиндрической оболочки составляет 15 по оси z и 26 по оси α , что суммарно составляет 390 дополнительных опор.

Для верификации используется программа Ansys Workbench, где с помощью метода конечных элементов (МКЭ) строится модель исследуемой цилиндрической оболочки с четырьмя дополнительными опорами на найденных радиусах y_{max} . На рисунке 4 показан объект исследования. На рисунке 5 показана постановка задачи. Граничные условия прикладываются в цилиндрической системе координат: по торцам и в местах дополнительных опор запрещены перемещения по осям Z и Y с помощью Displacement. Чтобы модель не вела себя как механизм, обозначенная на рисунке точка В имеет закрепление при помощи Simply Supported. В центр оболочки и сегмента прикладывается искомая сосредоточенная нагрузка с амплитудой P_A .

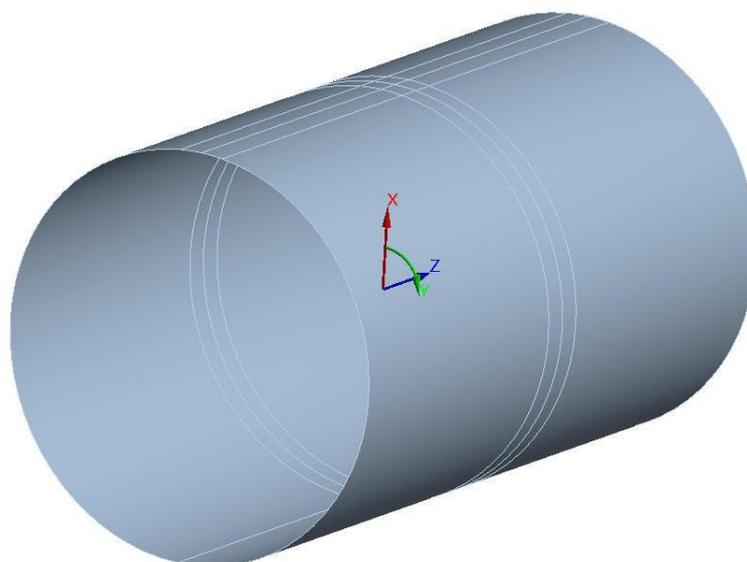


Рисунок 4 — Объект исследования

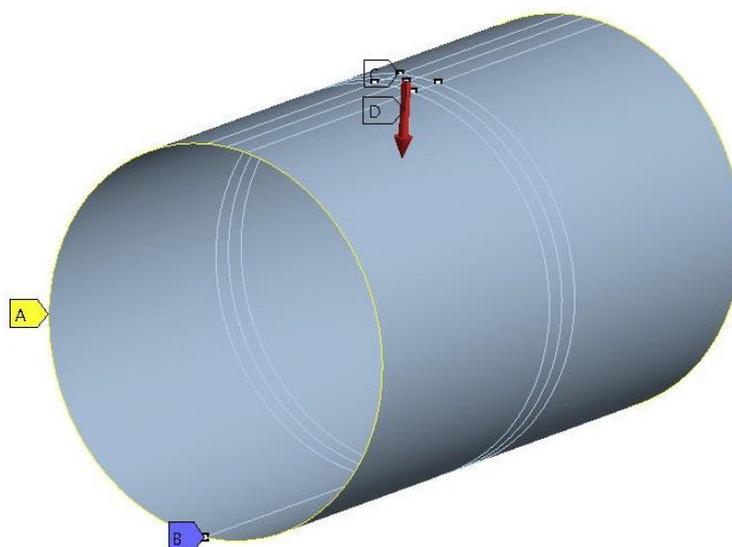


Рисунок 5 — Постановка задачи

В качестве конечных элементов используется оболочечный элемент Shell181 [21]. В результате расчета получается следующее деформированное состояние (Рисунок 6).

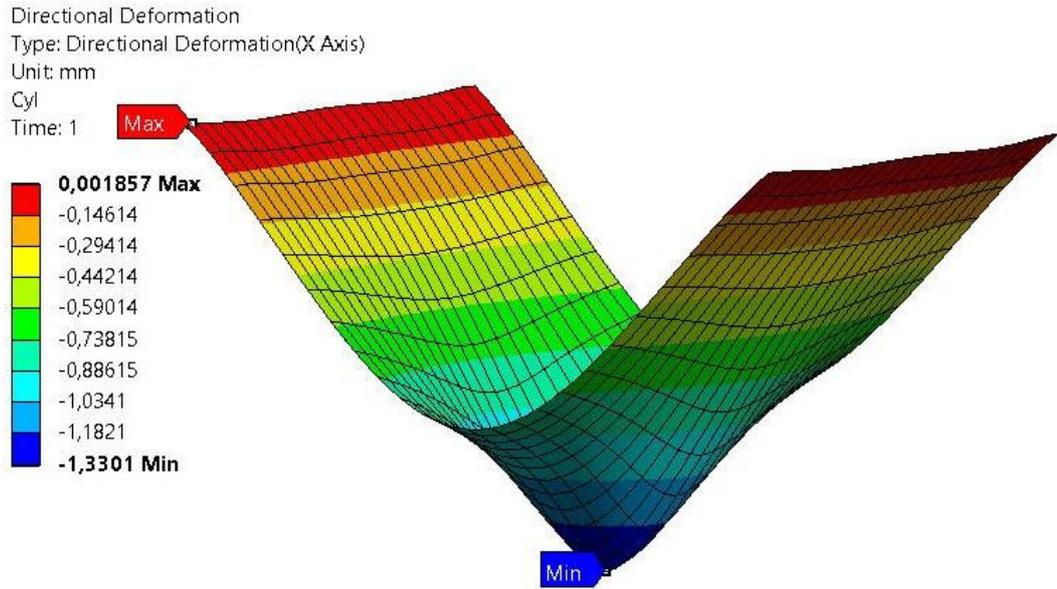


Рисунок 6 — Нормальные перемещения в сегменте, мм

Величина прогиба не превосходит установленную предельно допустимую величину $w_0=1,5$ мм. Также выполняются граничные условия в дополнительных опорах. А запас жесткости для сегмента составляет:

$$\eta=1,13.$$

4. Гармоническая сосредоточенная нагрузка

Рассматривается воздействие гармонической сосредоточенной нагрузки. Уравнение движения оболочки в данном случае нагружения имеет вид:

$$\rho h \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} = \mathbf{K} \mathbf{w} + \mathbf{p}, \quad \mathbf{K} = (K_{ij})_{3 \times 3},$$

$$\mathbf{w} = (u_\alpha, u_z, w)^T, \quad \mathbf{p} = (0, 0, P(t))^T.$$

Начальные и граничные условия для развернутой оболочки:

$$w(\alpha, z, t) \Big|_{t=0} = \frac{\partial w(\alpha, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0,$$

$$w(\alpha, z, t) \Big|_{z=0, H} = T_{\alpha\alpha} \Big|_{z=0, H} = T_{zz} \Big|_{z=0, H} = 0,$$

$$w(\alpha, z, t) \Big|_{\alpha=-\pi} = w(\alpha, z, t) \Big|_{\alpha=\pi}.$$

А граничные условия в дополнительных опорах записываются как:

$$w(q_i, z_i, t) = 0,$$

$$T_{\alpha\alpha}(q_i, z_i, t) \Big|_{z=0, H} = T_{zz}(q_i, z_i, t) \Big|_{z=0, H} = 0, \quad i=1..4. \quad (6)$$

Так как воздействующую гармоническую нагрузку можно представить в виде $P(t) = P_A e^{i\omega t}$, то функции перемещений представляются аналогичным образом $u_\alpha(x, y, t) = u_\alpha(x, y) e^{i\omega t}$, $u_z(x, y, t) = u_z(x, y) e^{i\omega t}$, $w(x, y, t) = w(x, y) e^{i\omega t}$. Тогда уравнения движения оболочки можно свести к следующему виду:

$$-\rho h \omega^2 \mathbf{w} = \mathbf{K} \mathbf{w} + \mathbf{p}, \quad \mathbf{K} = (K_{ij})_{3 \times 3},$$

$$\mathbf{w} = (u_\alpha, u_z, w)^T, \quad \mathbf{p} = (0, 0, P_A)^T.$$

Таким образом мы избавляемся от переменной по времени t , оставляя в уравнении только круговую частоту гармонических колебаний ω . Она связана с технической частотой следующим коэффициентом:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (7)$$

Далее представляем функции перемещений через функции влияния по аналогии с (5). Тогда постановка задачи через функцию влияния переписывается следующим образом:

$$-\rho h \omega^2 = \mathbf{K} \mathbf{G} + \mathbf{p}, \quad \mathbf{K} = (K_{ij})_{3 \times 3},$$

$$\mathbf{G} = (G_\alpha, G_z, G_w)^T, \quad \mathbf{p} = (0, 0, \delta(\alpha, z - \xi))^T.$$

Для отыскания функции влияния раскладываем все функции, входящие в уравнение движения в ряды Фурье, так же, как и было со статикой. Подставляя все обратно в уравнение движения, опустив знаки суммирования и сокращая тригонометрические множители, находим коэффициенты функции влияния. Дальнейшая работа также ведется только с компонентой G_w . Из выражения в знаменателе можно определить собственные частоты колебаний.

Далее, подставляем функцию влияния в функцию нормального прогиба (5) и раскрываем свертку. Применяем граничные условия в дополнительных опорах (6), приходим к СЛАУ относительно реакций в опорах, решаем их и приходим к уравнению условия жесткости оболочки относительно неизвестного радиуса y_{max} .

$$w\left(0, \frac{H}{2}; \nu, y_{max}\right) + w_0 = 0.$$

В качестве примера, рассматриваем цилиндр со следующими характеристиками:

Физические и геометрические характеристики цилиндра

Характеристика	Величина
Модуль упругости первого рода (Юнга), E , Па	$188 \cdot 10^9$
Коэффициент Пуассона, ν	0,36
Высота цилиндра, H , м	5
Радиус цилиндра, R , м	1,5
Толщина оболочки, h , м	0,003
Плотность материала пластины, ρ , кг/м ³	7900
Число членов ряда, N	160
Амплитуда действующей нагрузки, P_A , Н	-750
Предельно допустимый прогиб, w_0 , м	0,0015

Определим, сначала, низшие круговые собственные частоты колебаний из знаменателей функции влияния:

$$\omega_1 = 118,50 \text{ Гц}, \quad \omega_2 = 130,75 \text{ Гц}.$$

Или, если пересчитать через техническую частоту по формуле (7):

$$\nu_1 = 18,86 \text{ Гц}, \quad \nu_2 = 20,81 \text{ Гц}. \quad (8)$$

Так как технические частоты удобнее использовать при анализе, в дальнейшем все упоминания о частотах будут вестись о них, а не о круговых.

Максимальный прогиб будет в точке приложения нагрузки около первой собственной частоты колебаний. Графическое решение уравнения условия жесткости конструкции приведено на рисунке 7.

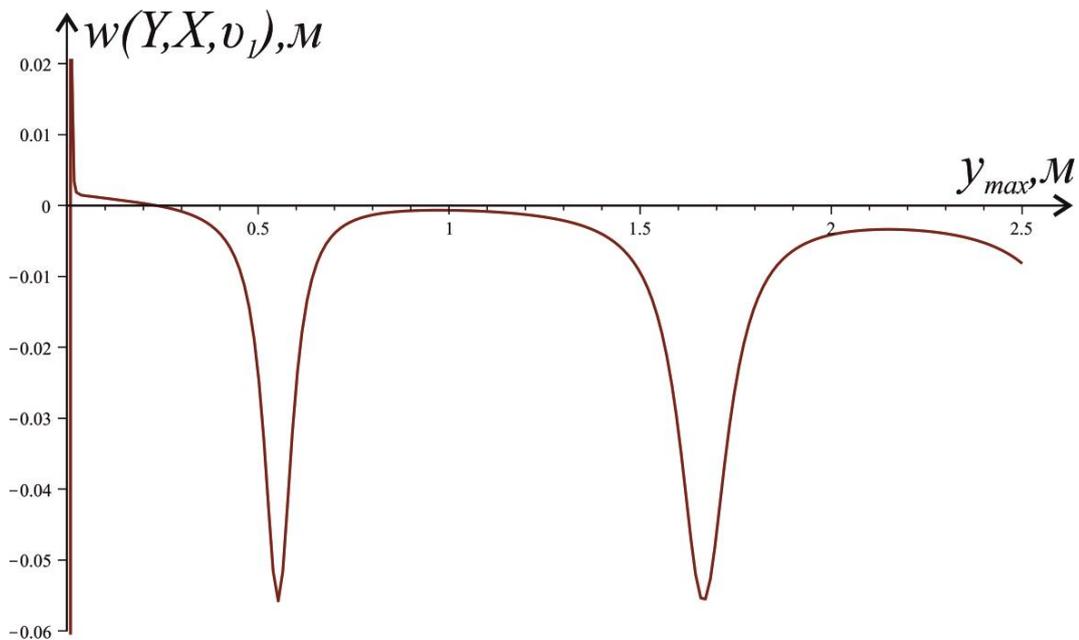


Рисунок 7 — График решения уравнения жесткости

Численно, решение уравнения следующее:

$$y_{\max} = 0,233 \text{ м.}$$

По аналогии со статическим случаем, определяются размер и количество дополнительных опор. Необходимое количество для искомой цилиндрической оболочки составляет 15 по оси z и 28 по оси α , что суммарно составляет 420 дополнительных опор.

Проверочный расчет выполняется аналогично случаю статического нагружения в подразделе 3. В центр цилиндрической оболочки и сегмента прикладывается искомая гармоническая сосредоточенная нагрузка с амплитудой P_A . Уравнение нагрузки записывается в виде формулы (9), а графически она представлена на рисунке 8. На рисунке 9 показана постановка задачи. Граничные условия прикладываются в цилиндрической системе координат: по торцам и в местах дополнительных опор запрещены перемещения по осям Z и Y с помощью Displacement. Чтобы модель не вела себя как механизм, обозначенная на рисунке точка D имеет закрепление при помощи Simply Supported.

$$P(t) = P_A \cos(\nu_1 t). \quad (9)$$

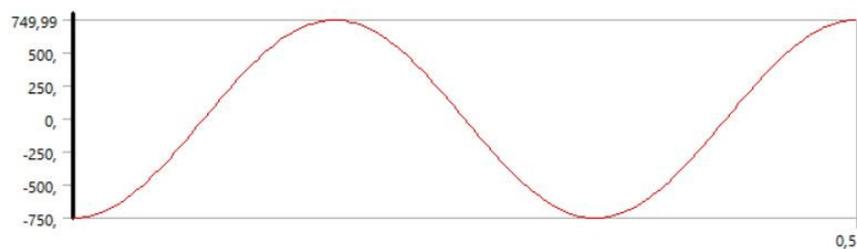


Рисунок 8 — График действующей гармонической нагрузки

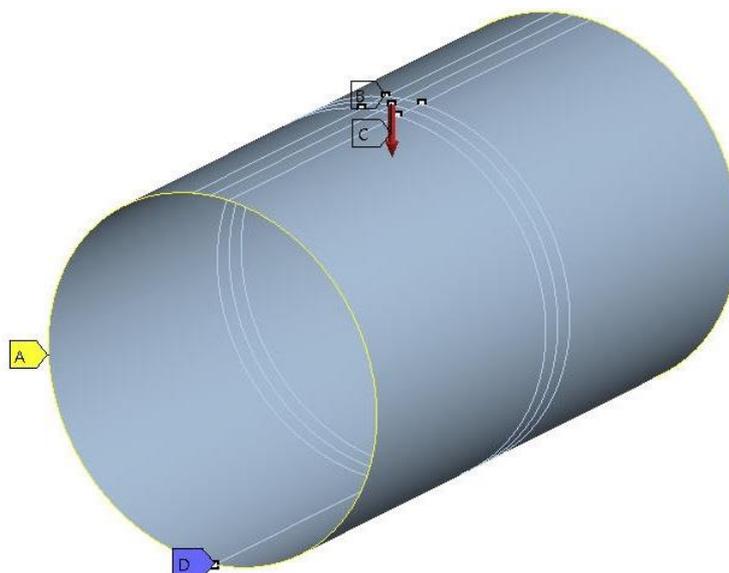


Рисунок 9 — Постановка задачи

В качестве конечных элементов используется оболочечный элемент Shell181. В результате расчета получается следующее деформированное состояние (Рисунок 10).

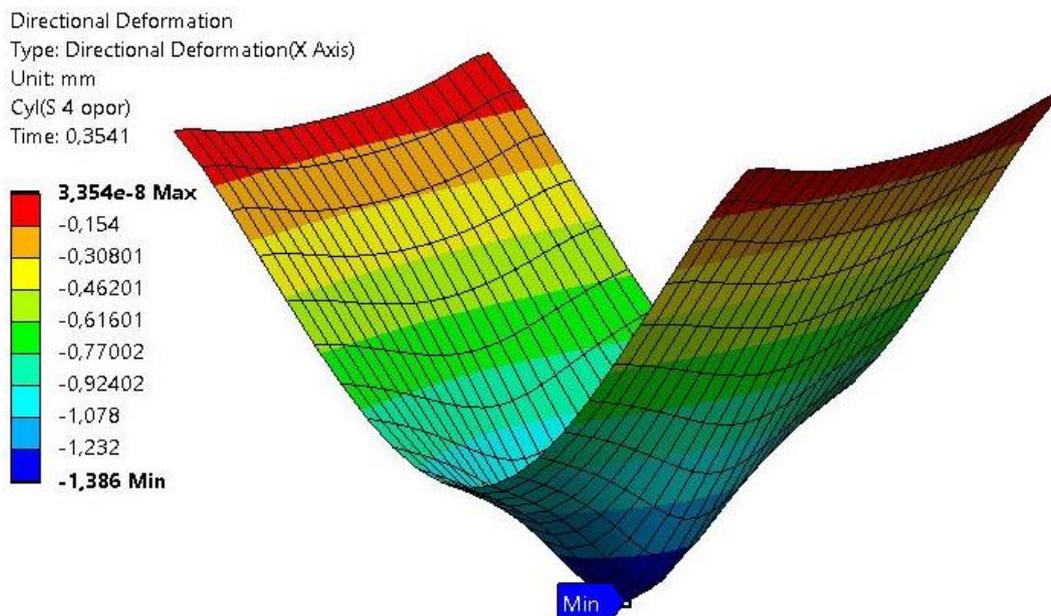


Рисунок 10 — Нормальные перемещения в сегменте, мм

Величина прогиба не превосходит установленную предельно допустимую величину w_0 . Также выполняются граничные условия в дополнительных опорах. А запас жесткости для сегмента составляет:

$$\eta = 1,08.$$

5. Заключение

В работе описывается применение новой методики определения расположения дополнительных опор из условия жесткости конструкции для цилиндрической оболочки для двух видов нагрузений. Результаты показывают удовлетворительный результат: граничные условия выполняются; условие жесткости выполняется; имеется запас жесткости конструкции.

Аналитический вид получаемого решения позволяет применять методику для различных геометрических и физических характеристиках пластин, а также прикладывать произвольную нагрузку в случайное место.

Список источников

1. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. - М.: Машиностроение, 1994. - 384 с.
2. Печников В.П., Захаров Р.В., Тарасова А.В. Проектирование вафельных оболочек топливных баков ракеты с учетом пластических деформаций // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017. № 11 (71). DOI: [10.18698/2308-6033-2017-11-1703](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2017-11-1703)
3. Фирсанов В.В., Фам В.Т. Напряженно-деформированное состояние сферической оболочки на основе уточненной теории // Труды МАИ. 2019. № 105. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=104174>
4. Фирсанов В.В., Во А.Х. Исследование продольно подкрепленных цилиндрических оболочек под действием локальной нагрузки по уточненной теории // Труды МАИ. 2018. № 102. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=98866>
5. Боршевецкий С.А. Методика определения расположения дополнительных опор шарнирно опертой пластины Кирхгофа при произвольном воздействии // Труды МАИ. 2024. № 135. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179681>

6. Боршевецкий С.А., Локтева Н.А. Определение положения дополнительных опор для прямоугольной шарнирно опертой пластины при нестационарном воздействии на нее // Материалы международной молодежной научной конференции «XXV Туполевские чтения (школа молодых ученых)». Т. 2. – Казань: Изд-во ИП Сагиева А.Р., 2021. С. 395-400.
7. Боршевецкий С.А. Определение расположения дополнительных опор шарнирно опертой пластины при гармоническом воздействии // Труды МАИ. 2023. № 128. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=171384>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-03](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-03)
8. Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В. Волны в сплошных средах. - М.: Физматлит, 2004. – 472 с.
9. Сердюк А.О., Сердюк Д.О., Федотенков Г.В. Нестационарная функция прогиба для неограниченной анизотропной пластины // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». 2021. Т. 25. № 1. С. 111-126. DOI: [10.14498/vsgtu1793](https://doi.org/10.14498/vsgtu1793)
10. Локтева Н.А., Сердюк Д.О., Скопинцев П.Д., Федотенков Г.В. Нестационарное деформирование анизотропной круговой цилиндрической оболочки // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161423>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-09](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-09)
11. Serdyuk A.O., Serdyuk D.O., Fedotenzov G.V., Hein T.Z. Green's Function for an Unbounded Anisotropic Kirchhoff-Love Plate // Journal of the Balkan Tribological Association. 2021. Vol. 27, No. 5. P. 747-761. DOI: [10.5937/jaes0-28205](https://doi.org/10.5937/jaes0-28205)
12. Lokteva Natalia A., Serdyuk Dmitry O., Skopintsev Pavel D. Non-Stationary Influence Function for an Unbounded Anisotropic Kirchhoff-Love Shell // Journal of Applied Engineering Sciences. 2020. Vol. 18, No. 4. P. 737-744. DOI: [10.5937/jaes0-28205](https://doi.org/10.5937/jaes0-28205)
13. Левицкий Д.Ю., Федотенков Г.В. Нестационарное деформированное состояние пластины Тимошенко // Труды МАИ. 2022. № 125. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168157>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-05](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-05)

14. Венцель Э.С., Джан-Темиров К.Е., Трофимов А.М., Негольша Е.В. Метод компенсирующих нагрузок в задачах теории тонких пластинок и оболочек. - Харьков: Б. и., 1992. - 92 с.
15. Локтева Н.А., Сердюк Д.О., Скопинцев П.Д. Метод компенсирующих нагрузок для исследования нестационарных возмущений в анизотропных цилиндрических оболочках с локальными шарнирными опорами // Материалы XII международной научно-практической конференции, посвященной 160-летию Белорусской железной дороге «Проблемы безопасности на транспорте» (Гомель, 24–25 ноября 2022): сборник трудов. – Гомель: Белорусский государственный университет транспорта, 2022. С. 205-207.
16. Koreneva E.V. Method of compensating loads for solving of a problem of unsymmetric bending of infinite ice slab with circular opening // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. Vol. 13, No. 2. P. 50–55. DOI: [10.22337/2587-9618-2017-13-2-50-55](https://doi.org/10.22337/2587-9618-2017-13-2-50-55)
17. Koreneva E.V. Method of compensating loads for solving of anisotropic medium problems // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Vol. 14, No. 1. P. 71–77. DOI: [10.22337/2587-9618-2018-14-1-71-77](https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-1-71-77)
18. Лукашевич А.А. Теория расчета пластин и оболочек. - СПб.: СПбГАСУ, 2017. – 127 с.
19. Чернина В.С. Статика тонкостенных оболочек вращения. - М.: Наука, 1968. - 456 с.
20. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1974. - 832 с.
21. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

References

1. Lizin V.T., Pyatkin V.A. *Proektirovanie tonkostennykh konstruksii* (Design of thin-walled structures). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1994. 384 p.

2. Pechnikov V.P., Zakharov R.V., Tarasova A.V. Designing honeycomb shells for rocket fuel tanks accounting for plastic deformations. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*. 2017. No. 11 (71). (In Russ.). DOI: [10.18698/2308-6033-2017-11-1703](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2017-11-1703)
3. Firsanov V.V., Fam V.T. Stress-strain state of the spherical shell based on the refined theory. *Trudy MAI*. 2019. No. 105. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=104174>
4. Firsanov V.V., Vo A.Kh. The study of the longitudinally stiffened cylindrical shells under action of local load by the refined theory. *Trudy MAI*. 2018. No. 102. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=98866>
5. Borshevetskii S.A. Method for determining the location of additional supports of a simply supported Kirchhoff plate under random action. *Trudy MAI*. 2024. No. 135. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=179681>
6. Borshevetskii S.A., Lokteva N.A. Determination of the position of additional supports for a rectangular pivotally supported plate under non-stationary action on it. *Materialy mezhdunarodnoi molodezhnoi nauchnoi konferentsii «XXV Tupolevskie chteniya (shkola molodykh uchenykh)»*. Vol. 2. Kazan': Izd-vo IP Sagieva A.R. Publ., 2021. P. 395-400.
7. Borshevetskii S.A. Determining the location of additional supports of a pivotally supported plate under harmonic loading. *Trudy MAI*. 2023. No. 128. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=171384>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-03](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-03)
8. Gorshkov A.G., Medvedskii A.L., Rabinskii L.N., Tarlakovskii D.V. *Volny v sploshnykh sredakh* (Waves in continuous environments). Moscow: Fizmatlit Publ., 2004. 472 p.
9. Serdyuk A.O., Serdyuk D.O., Fedotenkov G.V. Unsteady bending function for an unlimited anisotropic plate. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya «Fiziko-matematicheskie nauki»*. 2021. Vol. 25, No. 1. P. 111-126. (In Russ.). DOI: [10.14498/vsgtu1793](https://doi.org/10.14498/vsgtu1793)
10. Lokteva N.A., Serdyuk D.O., Skopintsev P.D., Fedotenkov G.V. Unsteady deformation of anisotropic circular cylindrical shell. *Trudy MAI*. 2021. No. 120. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161423>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-09](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-09)

11. Serdyuk A.O., Serdyuk D.O., Fedotenkov G.V., Hein T.Z. Green's Function for an Unbounded Anisotropic Kirchhoff-Love Plate. *Journal of the Balkan Tribological Association*. 2021. Vol. 27, No. 5. P. 747-761. DOI: [10.5937/jaes0-28205](https://doi.org/10.5937/jaes0-28205)
12. Lokteva Natalia A., Serdyuk Dmitry O., Skopintsev Pavel D. Non-Stationary Influence Function for an Unbounded Anisotropic Kirchhoff-Love Shell. *Journal of Applied Engineering Sciences*. 2020. Vol. 18, No. 4. P. 737-744. DOI: [10.5937/jaes0-28205](https://doi.org/10.5937/jaes0-28205)
13. Levitskii D.Yu., Fedotenkov G.V. Non-stationary stress-strain state of the Timoshenko plate. *Trudy MAI*. 2022. No. 125. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168157>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-05](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-05)
14. Ventsel' E.S., Dzhani-Temirov K.E., Trofimov A.M., Negol'sha E.V. *Metod kompensiruyushchikh nagruzok v zadachakh teorii tonkikh plastinok i obolochek* (Method of compensating loads in problems of the theory of thin plates and shells). Khar'kov: B. i. Publ., 1992. 92 p.
15. Lokteva N.A., Serdyuk D.O., Skopintsev P.D. Compensating load method for the study of nonstationary perturbations in anisotropic cylindrical shells with local hinge supports. *Materialy XII mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, posvyashchennoi 160-letiyu Belorusskoi zheleznoi doroge «Problemy bezopasnosti na transporte»* (Gomel', November 2022): sbornik trudov. Gomel': Belorusskii gosudarstvennyi universitet transporta Publ., 2022. P. 205-207.
16. Koreneva E.B. Method of compensating loads for solving of a problem of unsymmetric bending of infinite ice slab with circular opening. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017. Vol. 13, No. 2. P. 50–55. DOI: [10.22337/2587-9618-2017-13-2-50-55](https://doi.org/10.22337/2587-9618-2017-13-2-50-55)
17. Koreneva E.B. Method of compensating loads for solving of anisotropic medium problems. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018. Vol. 14, No. 1. P. 71–77. DOI: [10.22337/2587-9618-2018-14-1-71-77](https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-1-71-77)
18. Lukashevich A.A. *Teoriya rascheta plastin i obolochek* (Theory of calculation of plates and shells: study allowance). Saint Petersburg: SPbGASU Publ., 2017. 127 p.
19. Chernina V.S. *Statika tonkostennykh obolochek vrashcheniya* (Statics of thin walled shells of rotation). Moscow: Nauka Publ., 1968. 456 p.

20. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* (Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers). Moscow: Nauka Publ., 1974. 832 p.

21. Basov K.A. *ANSYS: spravochnik pol'zovatelya* (ANSYS: User's guide). Moscow: DMK Press Publ., 2005. 640 p.

Статья поступила в редакцию 27.01.2025

Одобрена после рецензирования 05.03.2025

Принята к публикации 25.04.2025

The article was submitted on 27.01.2025; approved after reviewing on 05.03.2025; accepted for publication on 25.04.2025