

**РАДИОТЕХНИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И
СВЯЗЬ**

Научная статья

УДК 681.5.015.42

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184501>

EDN: <https://www.elibrary.ru/KGEAFX>

**ИССЛЕДОВАНИЯ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
СПЕКТРАЛЬНО-ФИНИТНОГО АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ
СИГНАЛОВ ДЛЯ КОМПЛЕКСНОЙ СИСТЕМЫ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ
НА БОРТУ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

Алексей Юрьевич Федоринов

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического
приборостроения,

Санкт-Петербург, Российская Федерация

fedorinov_asperant_accaunt@mail.ru

Аннотация. Исследуются спектрально-финитный методы обработки (фильтрации) сигналов. Этот подход основан на теореме ортогонального проецирования и является оптимальным по критерию минимума суммы дисперсии ошибок. Подход способен выдавать линейные рекуррентные оценки не марковских сигналов с коррелированными и не коррелированными помехами. Алгоритмы оценки, полученные на основе данного подхода, совпадают по точности с фильтрацией Калмана, применимы к широкому классу моделей сигналов и помех. Подход исследуется на комплексной системе (два и более каналов измерения одного и того же параметра), комплексирование способно повысить точность измерений. Хочется отметить, что выбор комплексной системы не случаен, и обусловлен следующими

преимуществами - использование двух каналов измерения при обработке сигналов, будь то навигационные, акустические или радиосигналы подразумевают повышения качества и надежности получаемой информации. Разработанные алгоритмы являются более простыми при их реализации, как при полной и не полной априорной определенности, помехоустойчивыми и робастными. Моделирование процессов было проведено в среде Mathcad. В настоящее время реализованы и изучены следующие алгоритмы: финитно-временной и спектрально-финитный; с обратной связью / без обратной связи; адаптивный / не адаптивный; с известной помехой или нет, и их комбинации.

Ключевые слова: спектрально-финитная оценка навигационных сигналов, оптимальность, универсальность применения, теорема ортогонального проецирования, теорема Дуба

Для цитирования: Федоринов А.Ю. Исследования точностных характеристик спектрально-финитного алгоритма фильтрации сигналов для комплексной системы измерителей на борту летательного аппарата // Труды МАИ. 2025. № 141. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184501>

RADIO ENGINEERING, COMPUTER ENGINEERING, INSTRUMENTATION AND COMMUNICATIONS

Original article

STUDIES OF THE ACCURACY CHARACTERISTICS OF A SPECTRAL-FINITE SIGNAL FILTERING ALGORITHM FOR AN INTEGRATED MEASURING SYSTEM ON BOARD AN AIRCRAFT

Alexey Yu. Fedorinov

Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,

Saint Petersburg, Russian Federation

fedorinov_asperant_accaunt@mail.ru

Abstract. The modern development of technology in the field of aeronautics requires high reliability and accuracy from the instruments used, but information processing methods also play an important role. Today, there are various signal processing methods such as Kalman filtering, Wiener filtering, finite-time filtering, and spectral-finite filtering. Spectral-finite methods of signal processing (filtering) are investigated. This approach is based on the orthogonal projection theorem and is optimal by the criterion of the minimum amount of error variance. The approach is capable of producing linear recurrent estimates of non-Markov signals with correlated and uncorrelated interference. The estimation algorithms obtained on the basis of this approach coincide in accuracy with Kalman filtering and are applicable to a wide class of signal and interference models. The approach is being investigated on a complex system (two or more measurement channels of the same parameter), integration can improve the accuracy of measurements. It should be noted that the choice of an integrated system is not accidental, and is due to the following advantages - the use of two measurement channels in signal processing, whether navigation, acoustic or radio signals imply an increase in the quality and reliability of the information received. The developed algorithms are simpler in their implementation, both with full and incomplete a priori certainty, noise-resistant and robust. The processes were modeled in the Mathcad environment. Currently, the following algorithms have been implemented and studied: finite-time and spectral-finite; with/without feedback; adaptive / non-adaptive; with or without known interference, and their combinations.

Keywords: spectral-finite estimation of navigation signals, optimality, universality of application, orthogonal projection theorem, Duba theorem

For citation: Fedorinov A.Yu. Studies of the accuracy characteristics of a spectral-finite signal filtering algorithm for an integrated measuring system on board an aircraft. *Trudy MAI*. 2025. No. 141. (In Russ.) URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=184501>

Введение

Современное развитие техники в области воздухоплавания требует высокую надежность и точность от используемых приборов, но важную роль играют и методы обработки информации. На сегодняшний день существуют различные методы обработки сигналов, такие как фильтрация Калмана, фильтрация Винера, финитно-временная фильтрация и спектрально-финитная фильтрация. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки. Как известно, широкое использование получил классический алгоритм фильтрации Калмана. Однако, этот алгоритм не лишен недостатков [1,2].

В связи с этим вытекает необходимость рассмотрения нового метода обработки информации. Таким методом стала спектрально-финитная обработка сигналов. Основные достоинства такого метода [3]:

- нет необходимости представления процесса в пространстве состояний;
- универсальный алгоритм относительно характера помех;
- относительно простая инженерная реализация исследуемого метода.

Недостатками такого подхода является необходимость вычисления собственных чисел и собственных векторов, что требует увеличение вычислительной мощности и памяти устройства.

В работе исследуется линейный комплексный адаптивный оптимально-инвариантный спектрально-финитный алгоритм фильтрации с обратной связью. Указанный метод основан на использовании спектрального представления сигнала на финитном интервале, в виде рядом Карунена-Лоэва. Основная идея использования спектрально-финитной обработки сигналов заключается в эффективном сжатии информации при спектральном преобразовании наблюдаемых сигналов [4]. Целью данной работы является проведение сравнительного анализа, исследуемого адаптивного оптимального спектрально-финитного алгоритма фильтрации сигнала с обратной связью и фильтрации Калмана при изменении исходных параметров, и оценка показателей качества фильтрации сигналов, помехозащищенности и робастности исследуемого алгоритма. Отметим что приведенные ниже материалы

исследование разработаны для комплексной системы, однако алгоритм может использоваться и легко переписывается и для единичных измерителей [5].

Математические модели

Поскольку спектрально-финитный алгоритм обработки сигналов построен на основе финитно-временного подхода, для лучшего понимания, отметим его особенности.

Финитно-временной метод фильтрации

Предполагается, что модель измерения линейная с аддитивными некоррелируемыми между собой измерениями полезных сигналов и помех:

$$Y_{1,i} = X_{1,i} + H_{1,i}, \quad (1)$$

$$Y_{2,i} = X_{2,i} + H_{2,i}, \quad (2)$$

где Y_1, Y_2 – сигналы на выходе измерителей комплексной системы, соответственно, X_1, X_2 – полезные сигналы, H_1, H_2 – помехи.

На вход фильтра разностного сигнала будет подан сигнал следующего вида:

$$Z_i = H_{1,i} - H_{2,i}, \quad (3)$$

где погрешность измерения гироскопа H_1 содержит регулярную и флюктуационную составляющие:

$$H_{1,i} = H_{\text{per1},i} + H_{\text{фл1}}, \quad (4)$$

Для реализации предлагаемого алгоритма необходима следующая минимальная априорная информация [6]:

- Модель измерения линейная с аддитивной, с высокочастотной помехой, некоррелированной с оцениваемой низкочастотной помехой, моделью которой является белый шум или марковский процесс 1-го порядка.

- Требуется знать математические ожидания и дисперсии помех в начальный момент времени.

- В качестве критерия оптимальности при несмещенной оценке используется след матрицы корреляционных моментов ошибок оценок, некоторые элементы которого определяют точность получаемых оценок:

$$D_E = Tr \left[M \left[E \cdot E^T \right] \right], \quad (5)$$

где E_i - центрированная ошибка оценки.

Финитно-временные методы оценки сигналов в случае априорной неопределенности относительно характеристик полезного сигнала или помехи легко реализуются в виде адаптивных алгоритмов.

Пусть результат измерения n -мерный вектор Y_i на выбранном интервале наблюдения $i = 0, 1, \dots, N$ определяется m -мерным сигналом низкочастотной помехи X_i , на фоне аддитивной, в общем случае, коррелированной высокочастотной помехи N_i размерностью $n \times 1$, т.е.

$$Y_i = H1_i - H2_i, i = 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

Моделями помех $H1_i$ и $H2_i$ являются произвольные случайные векторные временные ряды, матрицы корреляционных моментов распределения размерности $m \times m$ $Kh1_{i,j}$, $Kh2_{i,j}$ и m -мерные векторы математических ожиданий $M[H1_i]$, $M[H2_i]$, которых для всех моментов времени $i, j = 1, 2, \dots, N$ известны.

Модели измерения при значениях $m \leq N$ открывают возможности для формирования комплексной оптимальной и оптимально-инвариантной оценок [7], позволяющие обеспечить повышение точности и помехозащищенность оценки и преодолеть априорную неопределенность о полезном сигнале.

Законы распределения помех могут быть произвольными. Если законы распределения являются нормальными, то полученные оптимальные оценки будут наилучшими в классе всевозможных оценок на основе свойств байесовых оценок [8], в противном случае они являются оптимальными в выбранном классе линейных оценок [9].

Заменим модель измерения на следующее соотношение:

$$Z_i = H1_i - H2_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

где векторы наблюдаемого сигнала и помех при финитно-временном алгоритме определяются следующими соотношениями: $Z_i^T = [Z_i, Z_{i-1}, \dots, Z_{i-r+1}]$,

$H1_i^T = [H1_i, H1_{i-1}, \dots, H1_{i-r+1}]$, $H2_i^T = [H2_i, H2_{i-1}, \dots, H2_{i-r+1}]$, T – знак транспонирования.

При использовании обратной связи матрица $H2_i$ меняется на матрицу $V_i^T = [H2_i, \hat{H}2_{i-1} \dots \hat{H}2_{i-r1+1}]$.

Финитно-временной алгоритм оценивания сигналов основан на следствии теоремы ортогонального проецирования, по которому определяется оптимальная матрица преобразования размерностью $r1 \times r1$, где $r1$ – количество результатов измерения, учитываемое в процессе оценки [10]:

$$A_i^* = K_{H1.Z_i} * K_{Z_i}^{-1} \quad (8)$$

Оптимальная оценка для финитно-временного алгоритма размерностью $r1$ определяется следующей формулой [11]:

$$\hat{H}1_i^* = A_i^* * Z_i * H_n 1_i, \quad (9)$$

$H_n 1_i$ – вектор размерности $m \cdot k \times 1$, обеспечивающий несмещенность оценок, определяется соотношениями [12]:

$$H_n 1_i = [(I - A_i^* \cdot R_i)M[H1_i] - A_i^* \cdot M[H2_i]], \quad (10)$$

I – единичная матрица размерности $m \cdot k \times m \cdot k$, $M[H1_i]$, $M[H2_i]$ – соответственно векторы размерности $m \cdot k \times 1$ и $n \cdot k \times 1$ математических ожиданий помех в i -ый момент времени.

В дальнейшем при исследовании финитно-временной фильтрации достаточно использовать только первую компоненту матрицы $\hat{H}1_i^*$.

Корреляционная матрица оптимальных оценок сигнала размерностью $r1$ на $r1$ определяется следующим соотношением:

$$K_{\hat{H}1_i} = A_i^* * K_{Z_i} * A_i^{*T}, \quad (11)$$

Оценка точности оптимально-финитной оценки сигнала $X1_i$ в i -ый момент времени определяется соотношением

$$D\varepsilon \cdot opt_i = Tr \{ K \varepsilon \cdot opt1_i \}, \quad (12)$$

где $Tr \{ \}$ – след матрицы корреляционных моментов ошибок оптимальных оценок $K\varepsilon \cdot opt1_i$ размерности $m \cdot k \times m \cdot k$, которую на основании следствия теоремы ортогонального проецирования или Пугачева можно представить в следующем виде [9]:

$$K\varepsilon \cdot opt1_i = K_{H1_i} - K_{\hat{H}1_i}^*, \quad (13)$$

Матрицу $K\varepsilon \cdot opt1_i$ размерности $m \cdot k \times m \cdot k$ можно также представить в следующем виде:

$$K\varepsilon \cdot opt1_i = \left[K_{H1_i}^{-1} + R^T \cdot K_{H2_i}^{-1} \cdot R \right]^{-1}. \quad (14)$$

Для оценки точности фильтрации оценок в i -ый момент времени достаточно использовать след субматрицы $K\varepsilon \cdot opt_i$ размерности $m \times m$ $K\varepsilon \cdot opt_i = K\varepsilon \cdot opt1_i$, определяемой корреляционными моментами ошибок оптимальных оценок вектора X_i , в i -ый момент времени,

$$D\varepsilon \cdot optf_i = Tr \{ K\varepsilon \cdot opt_i \}. \quad (15)$$

Другое соотношение для оценки точности фильтрации, справедливое для произвольного вида оценок, в виде матрицы $K\varepsilon \cdot pr1_i$ размерности $m \cdot k \times m \cdot k$, можно представить в следующем виде:

$$K\varepsilon \cdot pr1_i = K_{\hat{H}1_i}^* - A_i^* \cdot K_{\hat{H}1_i} - \left(A_i^* \cdot K_{\hat{H}1_i} \right)^T + K_{H1_i}. \quad (16)$$

где матрица размерности $m \cdot k \times m \cdot k$ с учетом некоррелированности помех определяется следующим образом:

$$K_{\hat{H}1_i} = A_i^* \cdot R_i \cdot K_{H1}. \quad (17)$$

Для точности фильтрации оценок также достаточно использовать след матрицы $K\varepsilon \cdot pri$ первых $m \times m$ компонент матрицы:

$$D\varepsilon \cdot prf_i = Tr \{ K\varepsilon \cdot pri_i \}. \quad (18)$$

где $K\varepsilon \cdot prr 1$ – матрица размерности $m \times m$ корреляционных моментов ошибок оценок сигнала X_i , полученных в i -ый момент времени. Оценка качества фильтрации отдельных компонент сигнала X_i в i -ый момент времени в виде дисперсий ошибок оценок компонент сигнала, определяется диагональными элементами матриц $K\varepsilon \cdot opt_i$ или $\{K\varepsilon \cdot pri_i\}$.

Учитывая, что финитно-временная фильтрация в данном случае является оптимальной, то после окончания переходного процесса оценки точности, полученные по формулам (17) и (18) совпадут.

Время переходного процесса зависит от того насколько начальные значения для оценок будут отличаться от реальных значений, полученных после окончания переходного процесса.

На практике часто неизвестны априорные данные о полезном сигнале, а исходные данные о коррелированной или некоррелированной помехе измерения заданы. В этом случае целесообразно использовать адаптивный подход к получению оптимальной оценки полезного сигнала, который легко реализуется при использовании финитно-временной фильтрации [13, 14].

Рассмотрим случай, когда моделями оцениваемых сигналов являются эргодические векторные временные ряды с неизвестными корреляционными характеристиками и средними значениями.

Тогда при анализе рассматриваемых алгоритмов основным параметром для сравнения является матрица дисперсий ошибки оценки, определяемая формулой:

$$\hat{K}_{Z_i} = \hat{K}_{Z_{(i-1)}} + \frac{1}{(i-1)} \cdot [(Z_i - M[Z_i])(Z_i - M[Z_i])^T - \hat{K}_{Z_{(i-1)}}], \quad (19)$$

Учитывая, что начальные значения достаточно быстро устаревают в процессе работы алгоритма фильтрации, начальную оценку математического ожидания $M[Z_1]$ можно задать в виде нулевого вектора размерностью $m \cdot k \times 1$, а начальную оценку матрицы корреляционных моментов вектора Z_i в виде единичной матрицы размерности $m \cdot k \times m \cdot k$.

Оценку корреляционной матрицы K_{H1_i} в этом случае можно определить в виде:

$$K_{H1_i} = K_{Z_i} - K_{H2_i}. \quad (20)$$

В общем случае для использования финитно-временного алгоритма не обязательно условие стационарности и марковости сигналов.

Спектрально-финитный метод оценивания сигналов

Алгоритм финитно-спектральной фильтрации сигнала основан на представлении случайного сигнала на финитном интервале времени в виде частичной суммы ряда Карунена-Лоэва, который является частным случаем ряда Фурье [15].

Как известно, разложение сигналов в ряд Фурье представляется в виде следующей формулы:

$$X_i = \sum_{k=1}^r C_{k,i} * \psi_{k,0}, \quad (21)$$

где, Ψ_k – ортонормальный полный базис Карунена-Лоэва [16], $C_{i,k}$ – спектральная компонента представления случайного процесса, и определяется из следующей формулы:

$$C_{k,i} = \sum_{p=1}^r X_{i-p} * \psi_{k,p} \quad (22)$$

$$C_{A_i} = CK_{H2_i} * ZZ_i * K_{ZZ_i}^{-1} \quad (23)$$

$$As_i = BB_s * CA_i BB_s^T \quad (24)$$

Для того, чтобы сжать измерительную информацию, используемую при оценивании сигнала, оценивание происходит в спектральной области.

Для алгоритма без обратной связи:

$$\hat{Hz}_i = As_i * ZZ_i, \quad (25)$$

Для алгоритма с обратной связью:

$$\hat{Hz}_i = As_i * ZZ_{i \text{ с обр. связью}} \quad (26)$$

Для получения оптимальной оценки на выходе фильтра, используется оператор As^* , оптимальный по критерию среднего квадрата ошибки оценки, который определяется из следствия теоремы ортогонального проецирования В. С. Пугачева [17]:

$$As^* = M \left[X_s Y_s^T \right] M \left[Y_s Y_s^T \right]^{-1} \quad (27)$$

Математическое ожидание ошибки оценки и ее дисперсии будет определяться по рекуррентным формулам:

$$M_{E_i} = M_{E_{i-1}} + \frac{1}{i-1} * (E_i - M_{E_{i-1}}) \quad (28)$$

$$D_{E_i} = D_{E_{i-1}} + \frac{1}{i-1} * \left[(E_i - M_{E_{i-1}})^2 - D_{E_{i-1}} \right] \quad (29)$$

В случае адаптивного алгоритма, когда известна помеха, но неизвестен полезный сигнал, будет меняться только способ определения корреляционной функции полезного сигнала. Таким образом, математическое ожидание и

корреляционная функция наблюдаемого сигнала определяются по следующим рекуррентным формулам:

$$M_{AY_i} = M_{AY_{i-1}} + \frac{1}{i-1} * (Y_i - M_{AY_{i-1}}) \quad (30)$$

$$K_{AY_i} = K_{AY_{i-1}} + \frac{1}{i-1} * \left[(Y_i - M_{AY_{i-1}})(Y_i - M_{AY_{i-1}})^T - K_{AY_{i-1}} \right] \quad (31)$$

Поскольку полезный сигнал и помеха некоррелированы, то корреляционную матрицу полезного сигнала можно определить следующим образом:

$$K_{X_i} = K_{AY_i} - K_{H_i} \quad (32)$$

Далее, в соответствии с выражениями определяется оценка полезного сигнала. При неизвестных корреляционных характеристиках полезного сигнала и помехи и с учетом модели помехи в виде белого шума корреляционные матрицы наблюдаемого K_{AAY_i} и полезного K_{AAX_i} сигналов могут быть определены следующими соотношениями [18, 19]:

$$K_{AAY_i} = [Y_i - M_{AY_i}][Y_{i-1} - M_{AY_{i-1}}] \quad (33)$$

$$K_{AAX_i} = K_{AAX_{i-1}} + \frac{1}{i-1} * [K_{AAY_i} - K_{AAX_{i-1}}] \quad (34)$$

Анализ работы алгоритмов

В данном разделе приводятся одни из основных сравнительных характеристик. Полный их перечень довольно велик, поэтому в качестве примера будут приведены только несколько штук.

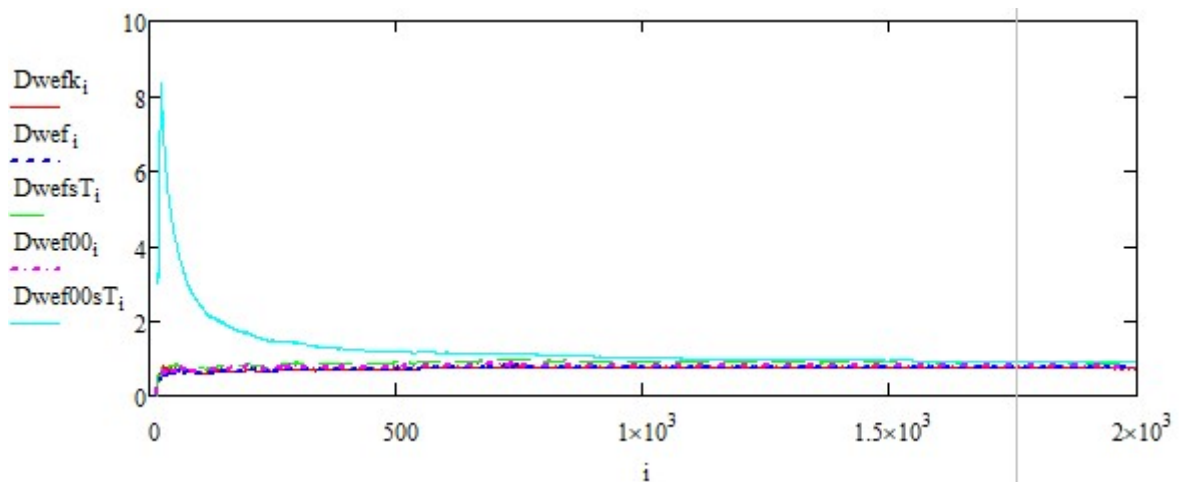


Рисунок 1 – График зависимости дисперсий ошибок оценок исследуемых алгоритмов от времени.

Где:

- $Dwefk_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм фильтрации Калмана. Время переходного процесса 200 отсчетов. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 0,9.

- $Dwef_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм неадаптивной финитно-временной фильтрации без обратной связи. Время переходного процесса 202 отсчета. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 1,01.

- $DwefsT_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм спектрально-финитной фильтрации без обратной связи. Время переходного процесса 204 отсчетов. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 1,12.

- $Dwef00_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм адаптивной финитно-временной фильтрации с обратной связью. Время переходного процесса 202 отсчетов. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 1,15.

- $Dwef00sT_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм спектрально-финитной фильтрации с обратной связью. Время переходного процесса 550 отсчетов. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 1,21.

Как видно из рисунка 1, дисперсии ошибок оценок спектрально-финитного алгоритма асимптотически стремится к фильтрации Калмана. При этом величины дисперсий всех алгоритмов отличаются незначительно.

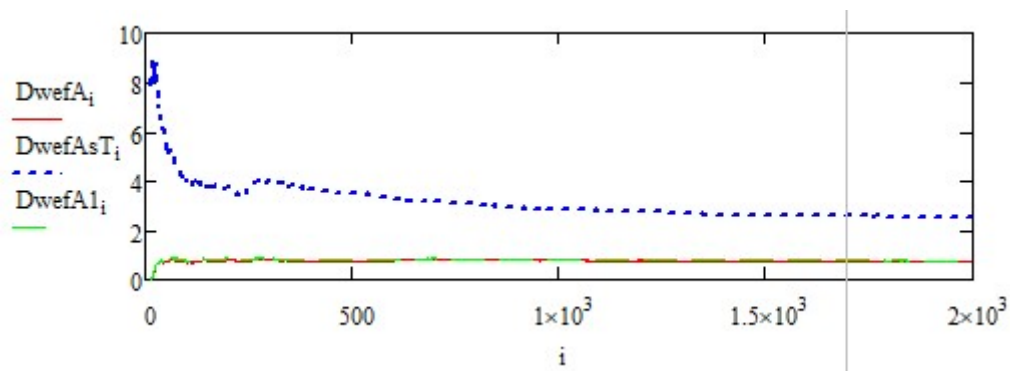


Рисунок 2 – График зависимости дисперсий ошибок оценок исследуемых алгоритмов от времени.

Где:

- $DwefA_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм адаптивной финитно-временной фильтрации. Время переходного процесса 200 отсчетов. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 0,93.

- $DwefAsT_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм адаптивной спектрально-финитной фильтрации. Время переходного процесса 400 отсчетов. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 2,2.

- $DwefAl_i$ – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм адаптивной финитно-временной фильтрации с обратной связью. Время переходного процесса 200 отсчетов. Дисперсия ошибки оценки алгоритма после окончания переходного процесса равна 0,95.

Из рисунка 2 можно сказать что величина дисперсий ошибок оценок адаптивных алгоритмов после окончания переходного процесса незначительно отличаются от ошибок дисперсии фильтрации Калмана. Наибольшая дисперсия у адаптивного спектрально-финитного алгоритма и равна соответственно 2,2, у Калмана на этот же момент времени – 1,4.

Рассмотрим влияние выделяемой памяти на алгоритмы

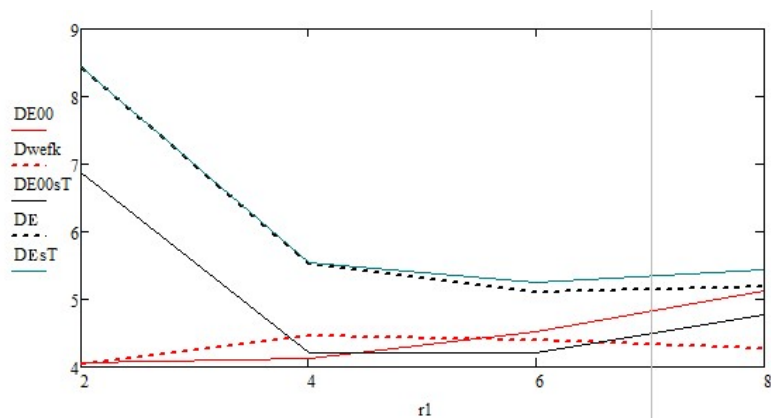


Рисунок 3 – График зависимости дисперсии ошибки от объема выделенной памяти $r1$.

Где:

-Dwefk – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм фильтрации Калмана.

-DE – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм неадаптивной финитно-временной фильтрации без обратной связи;

-DE00 – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм финитно-временной фильтрации с обратной связью;

-DEsT – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм спектрально-финитной фильтрации без обратной связи;

-DE00sT – дисперсия ошибок оценок сигнала на выходе фильтра разностного сигнала, реализующего алгоритм спектрально-финитной фильтрации с обратной связью.

Из рисунка 3 видно, что с увеличением объем выделенной памяти $r1$ дисперсии ошибок оценок спектрально-финитных алгоритмов приближаются к дисперсии ошибок оценок алгоритма фильтрации Калмана, так как увеличивается размерность и соответственно для получения оценки используется больше информации [20, 21]. Для наилучшего приближения спектрально-финитных алгоритмов к алгоритму фильтрации Калмана достаточно, чтобы $r1 = 4$.

Заключение

В работе был проведен сравнительный анализ, исследуемого адаптивного оптимального спектрально-финитного алгоритма фильтрации сигнала с обратной связью и фильтрации Калмана при изменении исходных параметров, и оценка показателей качества фильтрации сигналов, помехозащищенности и робастности исследуемого алгоритма. Проводилось моделирование алгоритмов с коррелированной и некоррелированными помехами, адаптивных и неадаптивных финитно-временных и спектрально-финитных алгоритмов с обратной связью и без обратной связи, и последующие их сравнение с фильтрацией Калмана. Результаты моделирования показывают, что со временем дисперсии ошибок спектрально-финитной фильтрации асимптотически стремятся к фильтрации Калмана при номинальных значениях. При использовании спектрально-финитного метода не будет потерь по точности по сравнению с Калманом, но будет значительно уменьшена размерность. Для эффективного использования алгоритма необходимо и достаточно значение используемой памяти $s_1=2$, это значительно экономит память устройства и его вычислительную мощность. Увеличение объема выделенной памяти, т.е. размерности базиса, уменьшает значения дисперсий ошибок оценок спектрально-финитных алгоритмов. Таким образом, увеличивая размерность базиса спектрально-финитного алгоритма по точности его можно приблизить к алгоритму Калмана. Однако, достаточно использовать первые компоненты, то есть часть ячеек памяти, так как они содержат более актуальную информацию о полезном сигнале.

Относительно фильтрации Калмана исследуемый алгоритм с некоррелированными помехами немного проигрывает по показателям точности, однако, исследуемые алгоритмы с коррелированными помехами являются более помехозащищенными и робастными. Используемая память в адаптивном алгоритме ($S_1=1$) дает не значительное отличие по точности от фильтрации Калмана. Это подтверждает целесообразность использования такого метода. Эффективность работы спектрально-финитных алгоритмов незначительно отличается от

эффективности работы алгоритма фильтрации Калмана, и при этом требует в разы меньше памяти.

Список источников

1. Шахтарин Б.И. Фильтры Винера и Калмана. – М.: Гелиос АРВ, 2008. – 408 с.
2. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управления. - М.: Связь, 1976. – 495 с.
3. Федоринов А.Ю., Иванов Ю.П. Метод повышения точности и надёжности навигационно-измерительных систем на основе комплексной оптимально-инвариантной фильтрации произвольных сигналов в условиях избыточности устройств обработки информации // Труды МАИ. 2024. № 139. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183457>
4. Грошев А.В. Стратегия алгоритмического повышения точностных характеристик и информационной надёжности инерциально-спутниковых навигационных систем в составе беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=102217>
5. Лялин К.С., Хасанов М.С., Мелёшин Ю.М., Кузьмин И.А. Спектральный метод подавления боковых лепестков автокорреляционной функции длинных псевдослучайных бинарных последовательностей // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=100800>
6. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М.: Советское радио, 1977. – 488 с.
7. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределённости и адаптация информационных систем. - М.: Советское радио, 1977. – 432 с.
8. Френкс Л. Теория сигналов. – М.: Советское радио, 1974. – 344 с.
9. Шостак С.В., Стародубцев П.А., Алифанов Р.Н. Технология оптимальной оценки направления линейной антенной решетки на источник сигнала при воздействии на нее коррелированных помех с неизвестной функцией распределения

// Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии. 2017. № 2. С. 113-123.

10. Овакимян Д.Н., Зеленский В.А., Капалин М.В., Ерескин И.С. Исследование методов и разработка алгоритмов комплексирования навигационной информации // Труды МАИ. 2023. № 132. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176849>

11. Детков А.Н. Оптимальная дискретная фильтрация отсчётов непрерывного случайного процесса на фоне коррелированного марковского шума // Труды МАИ. 2022. № 126. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=169002>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-16](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-16)

12. Росин М.Ф., Булыгин В.С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления: учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1981. – 312 с.

13. Грубрин И.В., Лыгина И.Ю. Адаптивная фильтрация помех в бортовых многоканальных системах // Труды МАИ. 2013. № 69. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=43335>

14. Чернодаров А.В., Иванов С.А. Идентификация моделей и адаптивная фильтрация шумов инерциальных измерителей // Труды МАИ. 2018. № 99. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=91962>

15. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 208 с.

16. Пугачёв В.С. Теория случайных функций. – М.: Физматгиз, 1962. – 883 с.

17. Иванов Ю.П., Синяков А.Н., Филатов И.В. Комплексирование информационно-измерительных устройств летательных аппаратов. – Л.: Машиностроение, 1984. – 208 с.

18. Иванов Ю.П. Фinitно-временной метод оптимальной фильтрации дискретных сигналов // Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика. 2018. № 5. С. 23-27.

19. Иванов Ю.П., Бирюков Б.Л. Информационно-статистическая теория измерений. Модели сигналов и анализ точности систем. – СПб.: ГУАП, 2008. – 160 с.

20. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. – М.: Техносфера, 2013. – 528 с.

21. Manolakis D.G., Ingle V.K., Kogon S.M. Statistical and adaptive signal processing. Spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering and array processing. N.Y.: McGraw Hill, 2000. 796 p.

References

1. Shakhtarin B.I. *Fil'try Vinera i Kalmana* (Wiener and Kalman filters). Moscow: Gelios ARV Publ., 2008. 408 p.
2. Seidzh E., Mels Dzh. *Teoriya otsenivaniya i ee primeneniye v svyazi i upravleniya* (The theory of evaluation and its application in communication and management). Moscow: Svyaz' Publ., 1976. 495 p.
3. Fedorinov A.Yu., Ivanov Yu.P. A method for improving accuracy and navigation and measurement reliability systems based on optimally invariant complex filtering of arbitrary signals in conditions of redundancy of information processing devices. *Trudy MAI*. 2024. No. 139. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=183457>
4. Groshev A.V. Algorithmic improvement strategy for accuracy characteristics and information reliability of inertial satellite navigation systems withing unmanned aerial vehicles. *Trudy MAI*. 2019. No. 104. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=102217>
5. Lyalin K.S., Khasanov M.S., Meleshin Yu.M., Kuz'min I.A. Spectral method for ACF side lobes suppression for long pseudo-random binary sequences *Trudy MAI*. 2018. No. 103. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=100800>
6. Tikhonov V.I., Mironov M.A. *Markovskie protsessy* (Markov processes). Moscow: Sovetskoe radio Publ., 1977. 488 p.
7. Repin V.G., Tartakovskii G.P. *Statisticheskii sintez pri apriornoj neopredelennosti i adaptatsiya informatsionnykh sistem* (Statistical synthesis with a priori uncertainty and adaptation of information systems). Moscow: Sovetskoe Radio Publ., 1977. 432 p.
8. Frenks L. *Teoriya signalov* (Signal theory). Moscow: Sovetskoe radio Publ., 1974. 344 p.
9. Shostak C.V., Starodubtsev P.A., Alifanov R.N. Technology of optimal estimation of the direction to the signal source of a linear antenna array when exposed to it correlated

- interference with an unknown distribution function. *Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Tekhnika i tekhnologii*. 2017. No. 2. P. 113-123. (In Russ.)
10. Ovakimyan D.N., Zelenskii V.A., Kapalin M.V., Ereskin I.S. Research of methods and development of algorithms for integration of navigation information. *Trudy MAI*. 2023. No. 132. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=176849>
 11. Detkov A.N. Optimal discrete filtering of samples of a continuous random process against the background of correlated Markov noise. *Trudy MAI*. 2022. No. 126. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=169002>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-16](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-16)
 12. Rosin M.F., Bulygin V.S. *Statisticheskaya dinamika i teoriya effektivnosti sistem upravleniya* (Statistical dynamics and theory of the effectiveness of management systems). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 312 p.
 13. Grubrin I.V., Lygina I.Yu. Adaptive Interference Filtering in the Multi-Channel On-Board Systems. *Trudy MAI*. 2013. No. 69. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=43335>
 14. Chernodarov A.V., Ivanov S.A. Identification of models and adaptive filtering of inertial sensors noises. *Trudy MAI*. 2018. No. 99. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=91962>
 15. Ogarkov M.A. *Metody statisticheskogo otsenivaniya parametrov sluchainykh protsessov* (Methods of statistical estimation of parameters of random processes). Moscow: Energoatomizdat Publ., 1990. 208 p.
 16. Pugachev V.S. *Teoriya sluchainykh funktsii* (Theory of random functions). Moscow: Fizmatgiz Publ., 1962. 883 p.
 17. Ivanov Yu.P., Sinyakov A.N., Filatov I.V. *Kompleksirovanie informatsionno-izmeritel'nykh ustroystv letatel'nykh apparatov* (Integration of information and measuring devices of aircraft). Leningrad: Mashinostroenie Publ., 1984. 208 p.
 18. Ivanov Yu.P. Finite-time method of optimal filtering of discrete signals. *Pribory i Sistemy. Upravlenie, Kontrol', Diagnostika*. 2018. No. 5. P. 23-27. (In Russ.).
 19. Ivanov Yu.P., Biryukov B.L. *Informatsionno-statisticheskaya teoriya izmerenii. Modeli signalov i analiz tochnosti system* (Information and statistical theory of

measurements. Signal models and accuracy analysis of systems). Saint Petersburg: GUAP Publ., 2008. 160 p.

20. Dzhigan V.I. *Adaptivnaya fil'tratsiya signalov: teoriya i algoritmy* (Adaptive signal filtering: theory and algorithms). Moscow: Tekhnosfera Publ., 2013. 528 p.

21. Manolakis D.G., Ingle V.K., Kogon S.M. *Statistical and adaptive signal processing. Spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering and array processing*. N.Y.: McGraw Hill, 2000. 796 p.

Статья поступила в редакцию 17.12.2024

Одобрена после рецензирования 01.02.2025

Принята к публикации 25.04.2025

The article was submitted on 17.12.2024; approved after reviewing on 01.02.2025; accepted for publication on 25.04.2025