

Труды МАИ. 2025. № 142
Trudy MAI. 2025. No. 142. (In Russ.)

Научная статья

УДК 531

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185098>

EDN: <https://www.elibrary.ru/HHDCC>

ДИНАМИКА УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ДИССИПАТИВНЫМ ДЕМПФЕРОМ

Зоя Владимировна Морина

Самарский национальный исследовательский университет имени академика

С.П. Королева, Самара, Россия

morina.zv@ssau.ru

Аннотация. Одним из методов, используемых для снижения кинетического момента наноспутника, является применение сферического демпфера. Такой демпфер размещается внутри спутника и вращается относительно его основного тела в полости, заполненной вязкой средой. Вращение тела-демпфера относительно основного тела спутника приводит к возникновению диссипативного момента за счет трения между ними. Этот момент рассеивает кинетическую энергию, что позволяет космическому аппарату занять устойчивое гравитационное положение на орбите. В работе осуществлен сравнительный анализ эффективности функционирования двух типов диссипативных демпферов - гравитационного и магнитного. Полученные результаты могут быть использованы на этапе проектирования для определения типа демпфера в соответствии с условиями функционирования спутников.

Ключевые слова: кинетический момент, гравитационный демпфер, сферический демпфер, магнитный демпфер, угловое движение, динамика движения, диссипативный метод

Для цитирования: Моруна З.В. Динамика углового движения космических аппаратов с диссипативным демпфером // Труды МАИ. 2025. № 142. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185098>

Original article

DYNAMICS OF ANGULAR MOTION OF SPACECRAFT WITH DISSIPATIVE DAMPER

Zoya V. Morina

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolev,
Samara, Russia

morina.zv@ssau.ru

Abstract. This research paper describes a study of the dynamics of angular motion of a CubeSat-3U nanosatellite equipped with an internal dissipative damper located in its central module. The main goal of the research is to analyze and compare the effectiveness of two types of dampers - gravitational and magnetic - designed for passive stabilization of the satellite orientation by reducing its angular momentum due to dissipation of internal energy. A gravity damper works by means of fluid-filled viscous friction between an inner spherical body and a spherical hollow. During orbital motion of the satellite, the relative motion of

the damper and the satellite body results in resisting forces that gradually dissipate the kinetic energy of rotation. As a result of this process, the orientation of the satellite is aligned relative to the local vertical, which provides passive stabilization through the use of gravitational forces.

The magnetic damper, in turn, utilizes the interaction of the satellite's own magnetic dipole moment with the Earth's magnetic field. The resulting magnetic moment gradually reduces the satellite's angular velocity, equalizing its orientation along the magnetic field lines.

For comparative analysis of the dampers' performance, a mathematical model was developed that combines a kinematic and dynamic model of the satellite motion. The kinematic model describes the satellite orientation change using Euler angles, while the dynamic model is derived from the dynamic Euler equations for a solid body with members describing gravitational and magnetic moments.

The work also explores the combined use of gravity and magnetic dampers. The simulation results demonstrate that both types of dampers can provide gradual stabilization of the satellite, but their combined use accelerates the damping process.

The effectiveness of each type of damper depends on orbital parameters such as altitude and inclination. In circular equatorial orbits, the gravitational and magnetic moments operate in concert, contributing to the combined stabilizing effect. In inclined orbits, the forces acting on the dampers can interfere with damping, so choosing the optimal configuration of the dampers depends on mission-specific considerations.

The results of this work can be useful in the design of passive orientation systems for nanosatellites. The inclusion of one or both types of dampers allows to increase the

reliability of the orientation systems and provide effective orientation maintenance throughout the entire life of the spacecraft. This is particularly relevant for low-budget small satellite missions, where the use of active control systems may not be feasible due to mass, energy, and complexity limitations.

Keywords: kinetic momentum, gravitational damper, spherical damper, magnetic damper, angular motion, motion dynamics, dissipative method

For citation: Morina Z.V. Dynamics of angular motion of spacecraft with dissipative damper. *Trudy MAI*. 2025. No. 142. (In Russ.) URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=185098>

Введение

Современные задачи управления угловым движением спутников требуют внедрения эффективных систем ориентации, обеспечивающих устойчивое движение и надежность в условиях различных внешних воздействий. Одним из перспективных решений в этой области является использование диссипативных демпферов, представляющих собой сферические тела, размещенные в сферических полостях, заполненных вязкой жидкостью. Вопрос управления движением КА является актуальной научной задачей [1-2]. Особое внимание уделяется исследованиям, связанным с динамикой движения спутника с демпфером [3-10]. С развитием наноспутников и других малых спутниковых систем новые аспекты исследования динамики твердых тел становятся особенно актуальными. Важно учитывать все

факторы, влияющие на движение таких систем, для создания наиболее оптимальных условий работы их элементов.

Наноспутник представляет собой космический аппарат, массой от 1 до 10 кг. Наиболее распространённым является так называемый формат CubeSat [11]. Термином «CubeSat» обозначаются наноспутники, спроектированные согласно стандарту, созданному под руководством профессора Боба Твиггса [12]. Подобные спутники, состоят из юнитов, имеющих форму куба с размером стороны 100 мм [13]. Структура спутника определяется количеством юнитов, обозначаемых индексами, например, 3U, 6U, 12U. Стандартом для многих космических миссий является CubeSat-3U — три линейно скрепленных модуля, широко используемых в образовательных и исследовательских проектах [14]. Простота конструкции и отсутствие сложных агрегатов делают наноспутники доступными для научных исследований, мониторинга погоды, обзора планет и управления космическим мусором. Их компактность и низкая стоимость делают наноспутники универсальным инструментом для многих космических задач [15].

В связи с этим задача разработки системы управления движением наноспутника приобретает особую актуальность. Она требует детальной проработки, включая оптимальный выбор типа демпферов. Решения должны быть простыми с точки зрения конструкции и компоновки, а также учитывать особенности конкретной миссии и параметры орбиты.

Цель работы — разработка и анализ математической модели движения системы с трехосным демпфером для оценки эффективности различных жидкостных демпферов в стабилизации ориентации наноспутника.

Механическая модель

В работе исследуется орбитальное движение гипотетического наноспутника CubeSat-3U (рисунок 1), вращающегося по круговой орбите. Наноспутник состоит из трех юнитов, центральный включает в себя сферический демпфер.

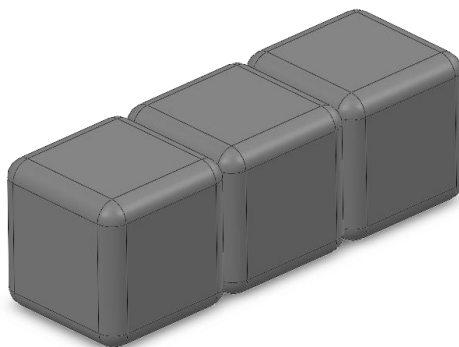


Рисунок 1 - Наноспутник типа CubeSat-3U

Внутреннее тело расположено внутри сферической оболочки, плавающей в сферической полости, заполненной вязкой жидкостью (рисунок 2). В случае, когда центрированное твердое тело агрегата внутри сферической оболочки обладает идеальным центральным сферическим главным тензором инерции, твердотельная система наноспутника соответствует классической механической модели М.А. Лаврентьева [16,17]. Как было отмечено ранее, в настоящих космических миссиях внутренний сферический демпфер будет выполнять свои функции являясь реальным устройством. Это означает, что его тензор инерции будет отличаться от

сферического, что выведет механическую систему за рамки классического типа. Тем не менее, такая реализация необходима для выполнения практических задач наноспутника [15].

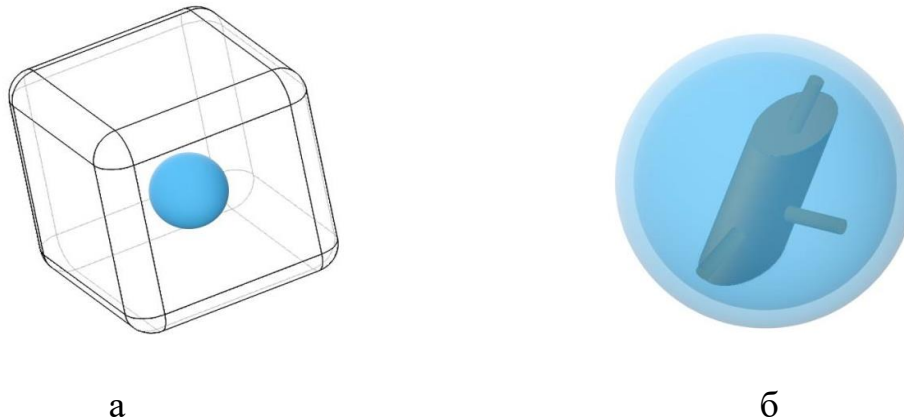


Рисунок 2 - Схема расположения: (а) в центральном модуле сферической полости;
(б) в сферической полости демпфера

Ввиду того, что классическая модель Лаврентьева не подходит для описания рассматриваемой системы, возникает необходимость разработки новой математической модели.

Рассмотрим орбитальное движение наноспутника, оснащенного гравитационными и/или магнитными демпферами, на круговой орбите. Для описания движения, используем следующие системы координат (рисунки 3 и 4): орбитальная система координат $OXYZ$, ось Z направлена от центра тяжести к орбитальной позиции спутника, ось Y перпендикулярна плоскости орбиты, ось X дополняет систему до правой тройки. Центральная система координат $Oxyz$, связанная с корпусом наноспутника, а также сонаправлена с его главными осями инерции.

Центральная система координат $Ox_1y_1z_1$ тела-демпфера, сонаправлена с его главными осями (рисунок 5) [15].

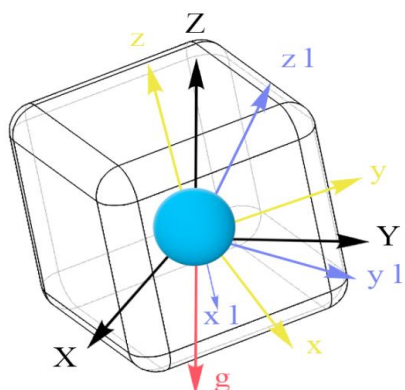


Рисунок 3 - Схема наноспутника с внутренней сферической полостью и соответствующими СК

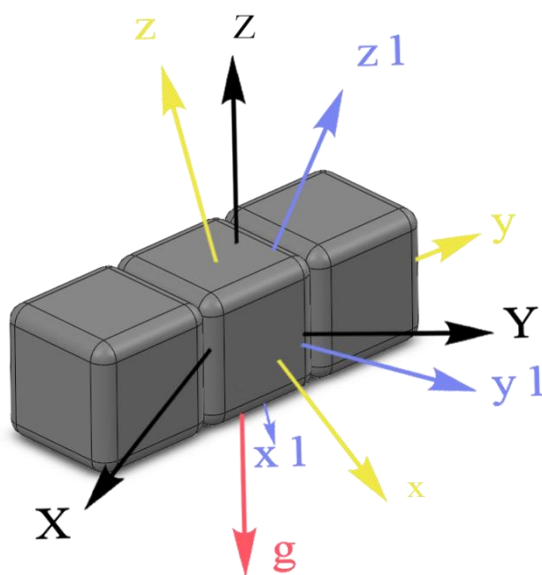


Рисунок 4 - Схема наноспутника с центральным блоком, содержащим гравитационный демпфер, и соответствующими СК

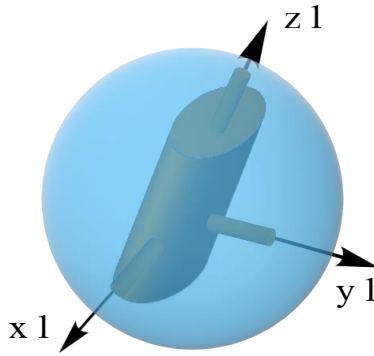


Рисунок 5 - Система координат $Ox_1y_1z_1$

Начало координат во всех трех системах одинаковое и совпадает с центром масс наноспутника O [18, 19].

Математическая модель при действии гравитационного демпфера

Ранее проводились исследования, посвященные снижению углового момента наноспутника посредством гравитационного демпфера, что отражено в ряде работ [10, 15, 20]. Для описания углового положения системы в орбитальной системе координат используются углы Эйлера [21]. В рассматриваемой системе координат $Oxyz$ применяются три угла $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ последовательных поворотов по схеме $x \rightarrow y \rightarrow z$. В этом случае матрицы последовательных поворотов будут иметь вид:

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix}; \Theta_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{bmatrix}; \Theta_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Тогда полную матрицу перехода от орбитальной системы координат $OXYZ$ к связанной системе координат $Oxyz$ можно записать:

$$\Theta = \Theta_3 \times \Theta_2 \times \Theta_1 =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_2\cos\theta_3 & \sin\theta_1\sin\theta_2\cos\theta_3 + \sin\theta_3\cos\theta_1 & \sin\theta_1\sin\theta_3 - \sin\theta_2\cos\theta_1\cos\theta_3 \\ -\sin\theta_3\cos\theta_2 & \cos\theta_1\cos\theta_3 - \sin\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3 & \sin\theta_1\cos\theta_3 + \sin\theta_2\sin\theta_3\cos\theta_1 \\ \sin\theta_2 & -\sin\theta_1\cos\theta_2 & \cos\theta_1\cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Для перехода от орбитальной системы координат OXYZ к системе координат $Ox_1y_1z_1$ применяются последовательные повороты на углы $\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$. В результате получаем следующую матрицу перехода:

$$\Psi = \Psi_3 \times \Psi_2 \times \Psi_1 =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\psi_2\cos\psi_3 & \sin\psi_1\sin\psi_2\cos\psi_3 + \sin\psi_3\cos\psi_1 & \sin\psi_1\sin\psi_3 - \sin\psi_2\cos\psi_1\cos\psi_3 \\ -\sin\psi_3\cos\psi_2 & \cos\psi_1\cos\psi_3 - \sin\psi_1\sin\psi_2\sin\psi_3 & \sin\psi_1\cos\psi_3 + \sin\psi_2\sin\psi_3\cos\psi_1 \\ \sin\psi_2 & -\sin\psi_1\cos\psi_2 & \cos\psi_1\cos\psi_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Угловая скорость ω основного тела в связанной системе координат Oxyz может быть определена с помощью кинематических уравнений. Эти уравнения содержат компоненты угловой скорости $\omega = [p, q, r]^T$, которые проецируются на систему координат Oxyz. Тогда кинематические уравнения выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} p = \dot{\theta}_1\cos\theta_2\cos\theta_3 + \dot{\theta}_2\sin\theta_3 + \omega_0\Theta_{12} \\ q = -\dot{\theta}_1\cos\theta_2\sin\theta_3 + \dot{\theta}_2\cos\theta_3 + \omega_0\Theta_{22} \\ r = \dot{\theta}_1\sin\theta_2 + \dot{\theta}_3 + \omega_0\Theta_{32} \end{cases} \quad (4)$$

где ω_0 – орбитальная угловая скорость.

По аналогии вычисляются кинематические уравнения для тела-демпфера $\omega' = [p', q', r']^T$ в проекциях на связанную СК $Ox_1y_1z_1$:

$$\begin{cases} p' = \dot{\psi}_1 \cos \psi_2 \cos \psi_3 + \dot{\psi}_2 \sin \psi_3 + \omega_0 \Psi_{12} \\ q' = -\dot{\psi}_1 \cos \psi_2 \sin \psi_3 + \dot{\psi}_2 \cos \psi_3 + \omega_0 \Psi_{22} \\ r' = \dot{\psi}_1 \sin \psi_2 + \dot{\psi}_3 + \omega_0 \Psi_{32} \end{cases} \quad (5)$$

Получаем кинематические уравнения разрешённые относительно производных для углов $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ и $\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \frac{1}{\cos \theta_2} (p \cos \theta_3 - q \sin \theta_3 - \omega_0 \Theta_{12} \cos \theta_3 + \omega_0 \Theta_{22} \sin \theta_3) \\ \dot{\theta}_2 = p \sin \theta_3 + q \cos \theta_3 - \omega_0 \Theta_{12} \sin \theta_3 - \omega_0 \Theta_{22} \cos \theta_3 \\ \dot{\theta}_3 = r + \tan \theta_2 (p \cos \theta_3 - q \sin \theta_3 - \omega_0 \Theta_{12} \cos \theta_3 + \omega_0 \Theta_{22} \sin \theta_3) - \omega_0 \Theta_{32} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{\psi}_1 = \frac{1}{\cos \psi_2} (p' \cos \psi_3 - q' \sin \psi_3 - \omega_0 \Psi_{12} \cos \psi_3 + \omega_0 \Psi_{22} \sin \psi_3) \\ \dot{\psi}_2 = p' \sin \psi_3 + q' \cos \psi_3 - \omega_0 \Psi_{12} \sin \psi_3 - \omega_0 \Psi_{22} \cos \psi_3 \\ \dot{\psi}_3 = r' + \tan \psi_2 (p' \cos \psi_3 - q' \sin \psi_3 - \omega_0 \Psi_{12} \cos \psi_3 + \omega_0 \Psi_{22} \sin \psi_3) - \omega_0 \Psi_{32} \end{cases} \quad (7)$$

Описывая движение спутника по круговой орбите, мы можем использовать случай, когда тензор инерции основного тела спутника имеет центральную общую диагональную форму $J = \text{diag}(A, B, C)$ в связанной СК $Oxyz$, а тензор инерции демпфера также имеет центральную диагональную форму $J' = \text{diag}(A', B', C')$ в системе координат $Ox_1y_1z_1$.

Таким образом, мы переходим к динамическим уравнениям Эйлера. Анализ стабилизации спутника с использованием магнитных моментов был проведен в работах [22, 23], где находились динамические уравнения Эйлера для основного тела и демпфера. Таким образом, динамические уравнения Эйлера можно записать следующим образом [10, 15, 18-20]:

$$\begin{cases} A\dot{p} + (C - B)qr = 3\omega_0^2 (C - B)\Theta_{23}\Theta_{33} + M_x \\ B\dot{q} + (A - C)pr = 3\omega_0^2 (A - C)\Theta_{33}\Theta_{13} + M_y \\ C\dot{r} + (B - A)pq = 3\omega_0^2 (B - A)\Theta_{13}\Theta_{23} + M_z \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} A'\dot{p}' + (C' - B')q'r' = 3\omega_0^2 (C' - B')\Psi_{23}\Psi_{33} + M'_x \\ B'\dot{q}' + (A' - C')p'r' = 3\omega_0^2 (A' - C')\Psi_{33}\Psi_{13} + M'_y \\ C'\dot{r}' + (B' - A')p'q' = 3\omega_0^2 (B' - A')\Psi_{13}\Psi_{23} + M'_z \end{cases} \quad (9)$$

где $\{\Theta_{13}, \Theta_{23}, \Theta_{33}\}$, $\{\Psi_{13}, \Psi_{23}, \Psi_{33}\}$ – представляют собой элементы матриц (2) и (3), соответствующие косинусам угла наклона силы тяжести относительно орбитальной оси Z в связанных координатах. Вектор $M = [M_x, M_y, M_z]^T$ – момент, возникающий из-за жидкостного трения между демпфером и основным телом (рисунок 2). Аналогично вектор $M' = [M'_x, M'_y, M'_z]^T$ – описывает момент, действующий на демпфер со стороны основного тела вследствие жидкостного трения.

Связь между двумя телами спутника, возникающая из-за жидкостного трения, можно выразить через относительную угловую скорость демпфера относительно основного корпуса. В проекциях на связанные оси, моменты, воздействующие на демпфер и основное тело, будут выражены следующим образом:

$$M = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = -v \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} - \Theta \cdot \Psi^{-1} \cdot \begin{bmatrix} p' \\ q' \\ r' \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$M' = \begin{bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_z \end{bmatrix} = -v \begin{bmatrix} p' \\ q' \\ r' \end{bmatrix} - \Psi \cdot \Theta^{-1} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (11)$$

где v – коэффициент демпфирования.

Следовательно, выражения (6) - (11) формируют единую систему, которая позволяет моделировать угловое движение спутника с гравитационным демпфером в контексте орбитальной [10, 15].

Математическая модель при действии магнитного демпфера

В работах [22, 23] было проведено исследование управления спутником при помощи магнитных моментов. В работе [24] подробно описан принцип действия устройства для демпфирования угловых колебаний космического аппарата относительно окружающего магнитного поля.

Для случая с магнитным демпфером используются те же системы координат, что и ранее (рисунки 3 - 4). Поэтому кинематические уравнения для углов $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ (6), справедливы для рассматриваемого случая.

Рассматривается случай, когда основной корпус спутника обладает намагниченностью. В этом случае в динамические уравнения добавляется магнитный управляющий момент, что приводит к изменению их структуры. Итоговые уравнения принимают следующий вид:

$$J \frac{d\omega}{dt} + \omega \times J\omega = 3\omega_0^2 (e_r \times J e_r) + M_m \quad (12)$$

здесь:

- J_1, J_2, J_3 - главные центральные моменты инерции спутника;
- e_r - единичный вектор вдоль оси OZ;
- M_m – управляющий момент, возникающий в результате взаимодействия

собственного магнитного момента спутника с магнитным полем Земли [22].

Магнитный управляющий момент M_m определен формулой:

$$M_m = m \times b \quad (13)$$

где $m = [m_1, m_2, m_3]^T$ – собственный магнитный момент спутника; $b(t) = \Theta b_0(t)$,
 $b_0(t)$ – индукция геомагнитного поля, представленная в орбитальной системе координат как прямой магнитный диполь [25]:

$$b_0(t) = \frac{\mu_E}{S^3} \begin{bmatrix} \cos\omega_0 t \sin\alpha \\ -\cos\alpha \\ 2\sin\omega_0 t \sin\alpha \end{bmatrix} \quad (14)$$

где μ_E – постоянная магнитного поля Земли, S – радиус орбиты, α – угол наклона плоскости орбиты спутника к плоскости экватора.

Мы видим, что у основного тела и тела-демпфера будут собственные дипольные магнитные моменты, задаваемые вручную.

Таким образом, моделирование углового движения спутника с магнитным демпфером относительно орбитальной системы координат с магнитным демпфером можно осуществлять с использованием выражений (6), (12) - (14) [22].

Математическая модель при действии гравитационного и магнитного демпферов

Исследуем возможность изменения углового движения путем одновременного применения гравитационного и магнитного демпферов. Так как системы координат, выбранные для гравитационного и магнитного демпферов, идентичны, матрицы перехода от орбитальной системы к связанным системам основного тела и тела-

демпфера имеют вид (2) - (3). Следовательно, в данном случае для определения углов можно использовать кинематические уравнения (6) – (7).

Динамические уравнения будут включать составляющие моментов, действующих на основное тело и демпфер из-за жидкостного трения, и моменты, возникающие из собственных дипольных моментов демпфера и основного тела:

$$\begin{cases} A\dot{p} + (C - B)qr = 3\omega_0^2 (C - B)\Theta_{23}\Theta_{33} + M_x + M_{mx} \\ B\dot{q} + (A - C)pr = 3\omega_0^2 (A - C)\Theta_{33}\Theta_{13} + M_y + M_{my} \\ C\dot{r} + (B - A)pq = 3\omega_0^2 (B - A)\Theta_{13}\Theta_{23} + M_z + M_{mz} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} A'\dot{p}' + (C' - B')q'r' = 3\omega_0^2 (C' - B')\Psi_{23}\Psi_{33} + M'_x + M'_{mx} \\ B'\dot{q}' + (A' - C')p'r' = 3\omega_0^2 (A' - C')\Psi_{33}\Psi_{13} + M'_y + M'_{my} \\ C'\dot{r}' + (B' - A')p'q' = 3\omega_0^2 (B' - A')\Psi_{13}\Psi_{23} + M'_z + M'_{mz} \end{cases} \quad (16)$$

Если в динамических уравнениях принять магнитный управляющий момент равным нулю, то система описывает случай действия гравитационного демпфера. Если же принять угловую скорость равной нулю, то система возвращается к случаю магнитного демпфера.

Таким образом, для моделирования углового движения спутника с диссипативным демпфером, необходимо использовать уравнения (6) – (7), (15) – (16).

Результаты моделирования

Для оценки эффективности предложенной модели и ее практического применения проведем численное моделирование движения, используя уравнения (6) – (16), параметры и начальные условия движения тел, представленные в таблице 1.

Параметры системы

Таблица 1

Параметры и начальные условия движения тел			
	Тензор инерции [кг × м ²]	Начальная угловая скорость [1/с]	Начальное положение [рад]
Основное тело	$J = \text{diag}(0.0045, 0.0055, 0.0035)$	$\omega(0) = [0.0012, 0.001, -0.0025]$	$\{\theta_i\} = \{0.0015, 0.01, 0.02\}$
Тело демпфер	$J = \text{diag}(0.003, 0.004, 0.0015)$	$\omega'(0) = [0.0022, 0.001, 0.0015]$	$\{\psi_i\} = \{0.0015, 0.01, 0.02\}$
Орбитальная угловая скорость ω_0 , [1/с]	0.0012		
Коэффициент демпфирования ν , [Н × м × с]	0.00001		
Радиус орбиты S, [м]	6 671 000		
Угол наклона плоскости орбиты спутника к плоскости экватора α , °	60		

Сравним полученные результаты при применении только гравитационного демпфера (на графике обозначен красным цветом), при использовании только магнитного демпфера (обозначено синим пунктиром) и при одновременном воздействии как гравитационного, так и магнитного демпферов (обозначено зеленым).

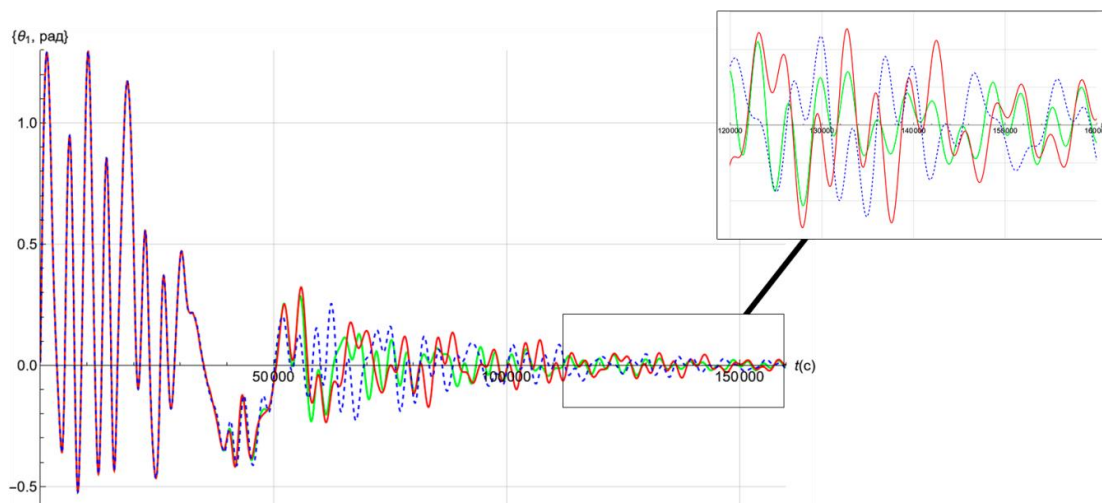


Рисунок 6 - Изменение по времени угла θ_1

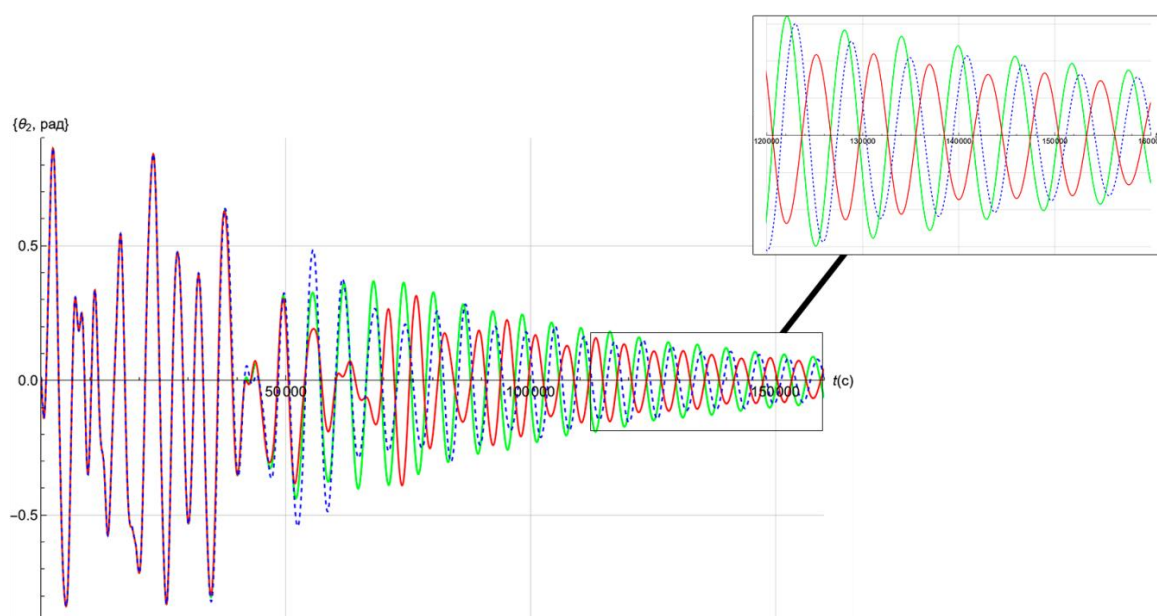


Рисунок 7 - Изменение по времени угла θ_2

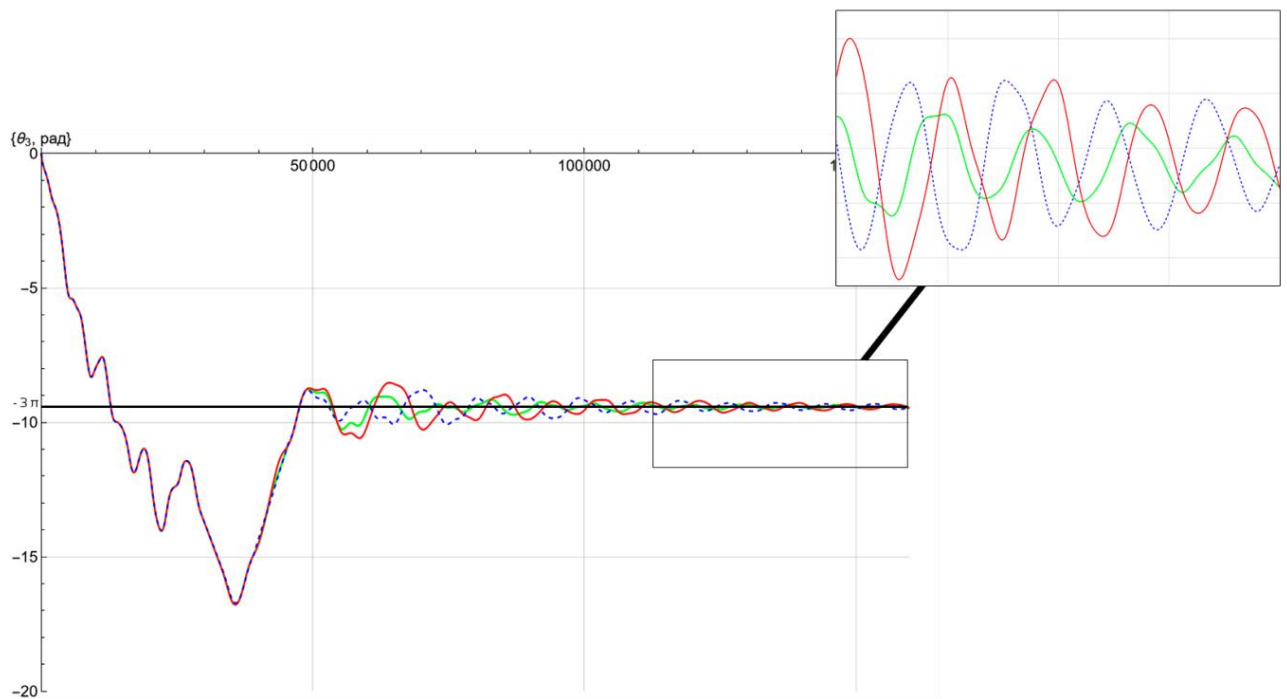


Рисунок 8 - Изменение по времени угла θ_3

На рисунках 6–8 видно, что колебания спутника затухают со временем, а их амплитуда уменьшается до значений, близких к нулю. Это свидетельствует о том, что положение спутника постепенно выравнивается вдоль осей орбитальной системы.

Сравнение результатов компонент угловой скорости:

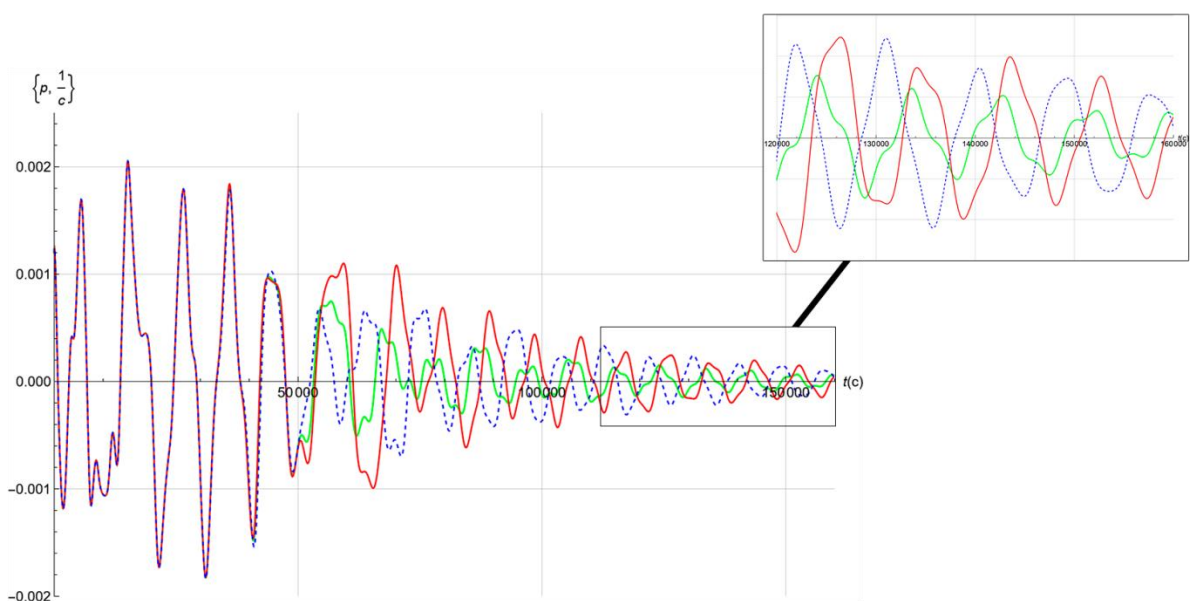


Рисунок 9 - Изменение по времени компоненты угловой скорости p

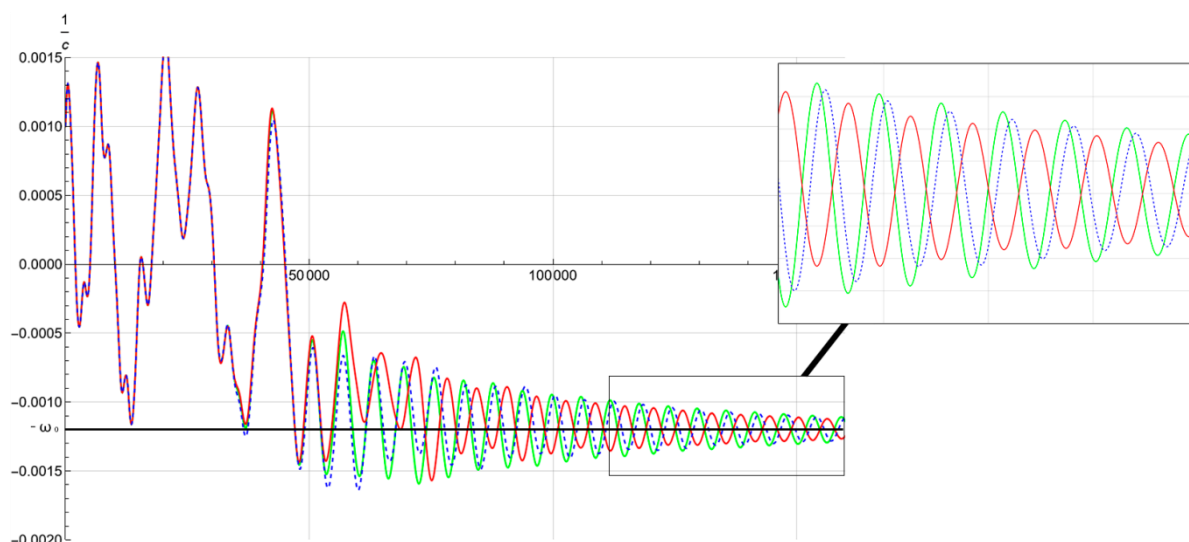


Рисунок 10 - Изменение по времени компоненты угловой скорости q

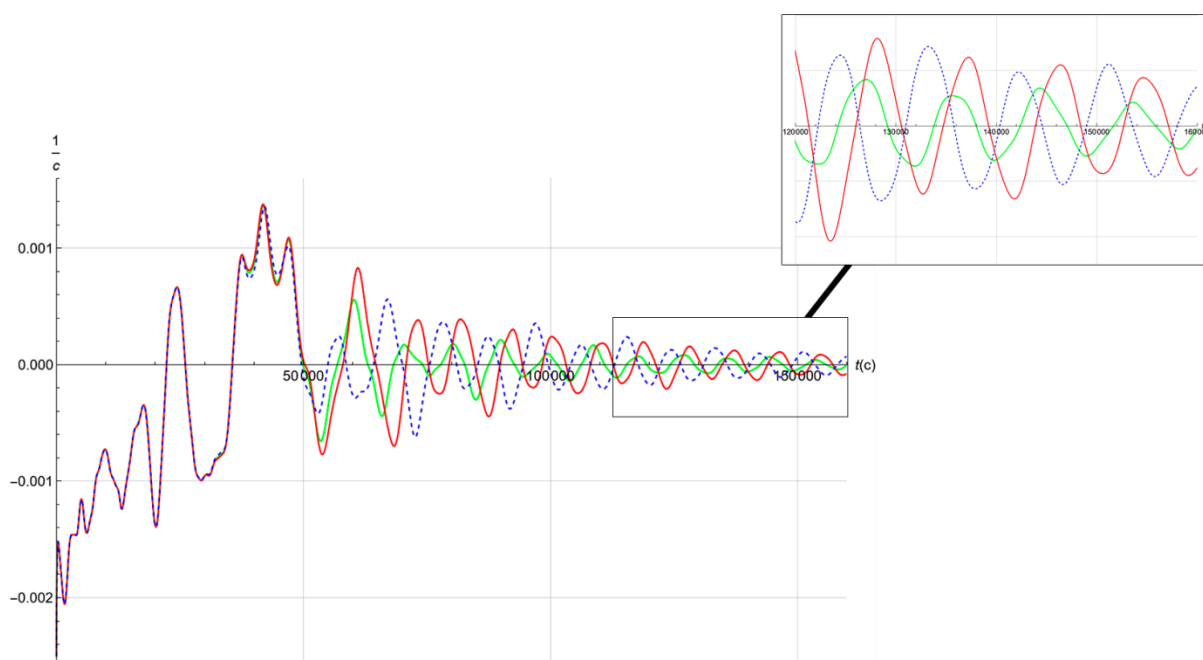


Рисунок 11 - Изменение по времени компоненты угловой скорости r

Результаты моделирования указывают на эффективное гашение начального углового момента спутника при использовании внутреннего тела-демпфера. Этот вывод можно сделать исходя из того, что со временем экваториальные компоненты угловой скорости p и r приближаются к нулю, после чего колебания являются

убывающими и имеют околонулевую амплитуду. Значения q со временем становятся равными значению орбитальной угловой скорости.

Кроме того, из рисунков видно, что совместное действие магнитного и гравитационного демпферов ускоряет гашение колебаний. Это означает, что демпферы эффективно работают вместе, несмотря на случайный подбор собственных дипольных моментов.

Стабилизация спутника в случае движения по экваториальной круговой орбите

Значительное количество исследований [6, 26 - 29] посвящено анализу ориентации космических аппаратов при различных условиях.

Гравитационные демпферы используют гравитационные силы для контроля ориентации аппарата на орбите, в то время как магнитные демпферы подчиняются магнитному полю планеты.

На экваториальных орбитах совместное использование гравитационного и магнитного демпферов может быть эффективным, поскольку силы, действующие на демпферы, не противоречат друг другу. Однако, на орбитах с наклоном необходимо принять решение о выборе одного из типов демпферов, исходя из требований к функционалу и целям миссии.

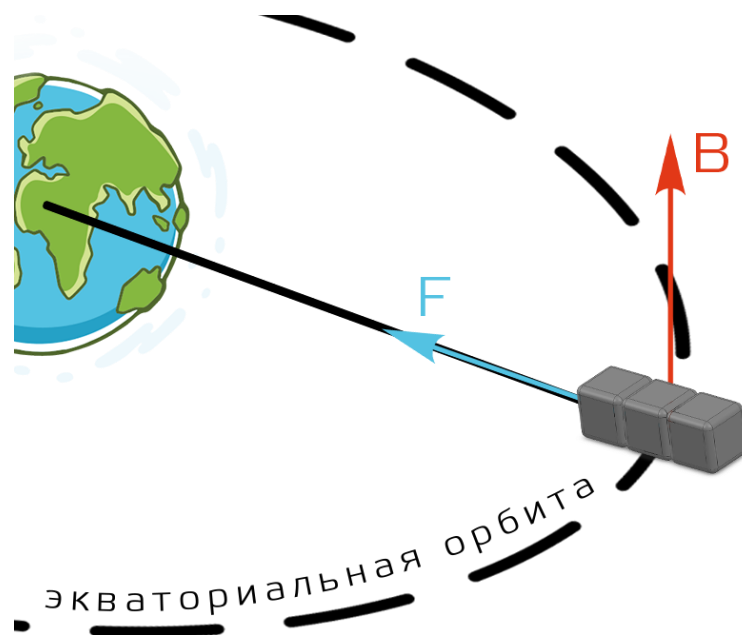


Рисунок 12 - Направление сил при нахождении спутника на экваториальной орбите

Таким образом, для оптимального управления ориентацией космических аппаратов на орбите необходимо тщательно оценивать характеристики миссии и принимать во внимание особенности каждого типа демпферов.

Заключение

В работе исследована математическая модель движения спутника в орбитальной системе координат при учете влияния гравитационных и магнитных моментов.

Проведено сравнительное исследование эффективности применения гравитационных и магнитных демпферов. С использованием численного моделирования была изучена динамика углового движения спутника при воздействии как гравитационных, так и магнитных демпферов, как в отдельности, так и в комбинации.

Полученные результаты численного моделирования демонстрируют работоспособность демпферов и позволяют оценить их эффективность в различных случаях. Проведенный сравнительный анализ является ключевым вкладом в работе.

Список источников

1. Кравчук С.В., Шатский М.А., Ковалёв А.Ю. Принципы построения системы управления движением космического аппарата // Труды МАИ. 2010. № 38. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=14531>
2. Седельников А.В., Николаева А.С., Сердакова В.В. Оценка выполнимости требований по угловой скорости малого космического аппарата с учётом температурного удара // Труды МАИ. 2023. № 132. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176836>
3. Черноусько Ф.Л. О движении твердого тела, содержащего сферический демпфер // Прикладная механика и техническая физика. 1968. Т. 9, № 1. С. 73-79.
4. Черноусько Ф.Л. Движение твердого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. – М.: [б. и.], 1968. - 230 с.
5. Черноусько Ф.Л. Движение твердого тела с полостями, заполненными вязкой жидкостью, при малых числах Рейнольдса // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1965. Т. 5, № 6. С. 1049-1070.
6. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д. Эволюция движений твердого тела относительно центра масс. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2015. С. 175-202.

7. Амелькин Н.И., Холощак В.В. Об устойчивости стационарных вращений спутника с внутренним демпфированием в центральном гравитационном поле // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81, № 2. С. 123-136.
8. Холощак В.В. Динамика вращательного движения спутника с демпфером в центральном гравитационном поле // Труды Московского физико-технического института. 2017. Т. 9, № 4 (36). С. 106-119.
9. Амелькин Н.И., Холощак В.В. Вращательное движение несимметричного спутника с демпфером на круговой орбите // Прикладная математика и механика. 2019. Т. 83, №. 1. С. 16-31.
10. Doroshin A.V. Gravitational dampers for unloading angular momentum of nanosatellites //Advances in Nonlinear Dynamics: Proceedings of the Second International Nonlinear Dynamics Conference (NODYCON 2021). V. 1. Cham: Springer International Publishing, 2022. P. 257-266. DOI: [10.1007/978-3-030-81162-4_23](https://doi.org/10.1007/978-3-030-81162-4_23)
11. Pang W.J. et al. Boom of the CubeSat: a statistic survey of CubeSats launch in 2003–2015 // Proceedings of the 67th international astronautical congress (IAC), Guadalajara, Mexico. 2016. P. 26-30.
12. Twiggs R.J. Space system developments at Stanford University: from launch experience of microsatellites to the proposed future use of picosatellites // Small Payloads in Space. SPIE, 2000. V. 4136, P. 79-86. DOI: [10.1117/12.406646](https://doi.org/10.1117/12.406646)
13. Гимранов З.И. Магнитно-импульсный привод для управляемого отделения наноспутников // Труды МАИ. 2013. № 68. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=41766>

14. Баринова Е.В. и др. Особенности динамики и некоторые вопросы управления угловым движением малоразмерных космических аппаратов нанокласса на низких орбитах // Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31, № 3. С. 3-35.
15. Асланов В.С., Дорошин А.В. Динамика малых спутников с трехосным гравитационным демпфером // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87, № 5. С. 729–741.
16. Ишлинский А.Ю. Деятельность Михаила Алексеевича Лаврентьева в Академии наук СССР // Прикладная механика и техническая физика. 1960. № 3. С. 16-19.
17. Лаврентьев М.А. Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1973. 416 с.
18. Морина З.В. Динамика углового движения космических аппаратов с диссипативным демпфером // XXVII Международная научно-практическая конференция, посвященная памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М.Ф. Решетнева (Красноярск, 08–10 ноября 2023): тезисы докладов. – Красноярск: Изд-во Сибирский государственный университет науки и технологий им. академ. М.Ф. Решетнева, 2023. С. 405-407.
19. Морина З.В., Дорошин А.В. Динамика углового движения космических аппаратов с диссипативным демпфером //XVII Королевские чтения: Всероссийская молодежная научная конференция, посвященная 35-летию со дня первого полета МТКС " Энергия–Буран"(3–5 октября 2023): сборник трудов. – Самарский национальный исследовательский университет имени С.П. Королева, 2023. Р. 118-119.

20. Моруна З.В., Дорушун А.В. Динамика углового движения космических аппаратов с магнитным или гравитационным демпфером // XLIX Самарская областная студенческая научная конференция (Самара, 10–21 апреля 2023): тезисы докладов. – Санкт-Петербург: Изд-во Эко-Вектор, 2023. С. 340-341.
21. Маркеев А.П. Теоретическая механика. - М.: Изд-во ЧеРо, 1999. – 572 с.
22. Морозов В.М., Каленова В.И. Управление спутником при помощи магнитных моментов: управляемость и алгоритмы стабилизации // Космические исследования. 2020. Т. 58, № 3. С. 199-207.
23. Морозов В.М., Каленова В.И., Рак М.Г. О стабилизации регулярных прецессий спутника при помощи магнитных моментов // Прикладная математика и механика. 2021. Т. 85, № 4. С. 436-453.
24. Davis L.K. Motion damper. U.S. Patent No. 3,399,317. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office. 1968.
25. Wertz J.R. (ed.). Spacecraft attitude determination and control. Springer Science & Business Media, 1978. 858 p.
26. Суворов М.А., Коломыцев И.В. Управление движением космического аппарата на высокоэллиптической орбите в заданных ограничениях на ориентацию // Труды МАИ. 2011. № 45. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=25516>
27. Панкратов И.А. Наискорейшая переориентация плоскости круговой орбиты космического аппарата // Труды МАИ. 2020. № 113. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=118184>. DOI: [10.34759/trd-2020-113-16](https://doi.org/10.34759/trd-2020-113-16)

28. Овчинников М.Ю., Пеньков В.И., Ролдугин Д.С. Трехосная магнитная система ориентации космического аппарата в инерциальном пространстве // Препринты Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. 2013. № 74. С. 1-24.
29. Иванов Д.С. и др. Калибровка датчиков для определения ориентации малого космического аппарата // Препринты Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. 2010. № 28. С. 1-30.

References

1. Kravchuk S.V., Shatskii M.A., Kovalev A.Yu. Design principles of control and management system for satellites usage. *Trudy MAI*. 2010. No. 38. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=14531>
2. Sedel'nikov A.V., Nikolaeva A.S., Serdakova V.V. Assessing the feasibility of small spacecraft angular velocity requirements taking into account temperature shock. *Trudy MAI*. 2023. No. 132. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=176836>
3. Chernous'ko F.L. On the motion of a solid body containing a spherical damper. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*. 1968. V. 9, No. 1. P. 73-79. (In Russ.)
4. Chernous'ko F.L. *Dvizhenie tverdogo tela s polostyami, sodержashchimi вязкую жидкость* (Motion of a solid body with cavities containing viscous liquid). Moscow: [b. i.], 1968. 230 p. (In Russ.)
5. Chernous'ko F.L. Motion of a solid body with cavities filled with viscous fluid at small Reynolds numbers. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki*. 1965. V. 5, No. 6. P. 1049-1070. (In Russ.)

6. Chernous'ko F.L., Akulenko L.D., Leshchenko D.D. *Evolyutsiya dvizhenii tverdogo tela otnositel'no tsentra mass* (Evolution of motions of a rigid body about its center of mass). Moskva-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy Publ., 2015. P. 175-202.
7. Amel'kin N.I., Kholoshchak V.V. Stability of the steady rotations of a satellite with internal damping in a central gravitational field. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 2017. V. 81, No. 2. P. 123-136. (In Russ.)
8. Kholoshchak V.V. Dynamics of rotational motion of a satellite with a damper in the central gravitational field. *Trudy Moskovskogo fiziko-tekhnicheskogo instituta*. 2017. V. 9, No. 4 (36). P. 106-119. (In Russ.)
9. Amel'kin N.I., Kholoshchak V.V. Rotational motion of a non-symmetrical satellite with a damper in a circular orbit. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 2019. V. 83, No. 1. P. 16-31. (In Russ.)
10. Doroshin A.V. Gravitational dampers for unloading angular momentum of nanosatellites. *Advances in Nonlinear Dynamics: Proceedings of the Second International Nonlinear Dynamics Conference (NODYCON 2021)*. V. 1. Cham: Springer International Publishing, 2022. P. 257-266. DOI: [10.1007/978-3-030-81162-4_23](https://doi.org/10.1007/978-3-030-81162-4_23)
11. Pang W.J. et al. Boom of the CubeSat: a statistic survey of CubeSats launch in 2003–2015. *Proceedings of the 67th international astronautical congress (IAC)*, Guadalajara, Mexico. 2016. P. 26-30.
12. Twiggs R.J. Space system developments at Stanford University: from launch experience of microsatellites to the proposed future use of picosatellites. *Small Payloads in Space*. SPIE, 2000. V. 4136, P. 79-86. DOI: [10.1117/12.406646](https://doi.org/10.1117/12.406646)

13. Gimranov Z.I. Magnetic pulse test-bed for the controllable separation of the nanosatellite. *Trudy MAI*. 2013. No. 68. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=41766>
14. Barinova E.V. et al. Peculiarities of dynamics and some issues of angular motion control of small nanoclass spacecraft in low orbits. *Giroskopiya i navigatsiya*. 2023. V. 31, No. 3. P. 3-35. (In Russ.)
15. Aslanov V.S., Doroshin A.V. The dynamics of small satellites with the three-axial gravitational damper. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 2023. V. 87, No. 5. P. 729–741. (In Russ.)
16. Ishlinskii A.Yu. Activities of Mikhail A. Lavrentiev in the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*. 1960. No. 3. P. 16-19. (In Russ.)
17. Lavrent'ev M.A. *Problemy gidrodinamiki i ikh matematicheskie modeli* (Problems of hydrodynamics and their mathematical models). Moscow: Nauka Publ., 1973. 416 p.
18. Morina Z.V. Dynamics of angular motion of spacecraft with dissipative damper. *XXVII Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya, posvyashchennaya pamyati general'nogo konstruktora raketno-kosmicheskikh sistem akademika M.F. Reshetneva: tezisy dokladov*. Krasnoyarsk: Izd-vo Sibirskii gosudarstvennyi universitet nauki i tekhnologii im. akadem. M.F. Reshetneva Publ., 2023. P. 405-407.
19. Morina Z.V., Doroshin A.V. Dynamics of angular motion of spacecraft with dissipative damper. *XVII Korolevskie chteniya: Vserossiiskaya molodezhnaya nauchnaya konferentsiya s mezhdunarodnym uchastiem, posvyashchennaya 35-letiyu so dnya pervogo*

- poleta MTKS" Energiya–Buran": sbornik trudov. Samara: Samarskii natsional'nyi issledovatel'skii universitet imeni akademika S.P. Koroleva Publ., 2023. P. 118-119.*
20. Morina Z.V., Doroshin A.V. Dynamics of angular motion of spacecraft with magnetic or gravity damper. *XLIX Samarskaya oblastnaya studencheskaya nauchnaya konferentsiya: tezisy dokladov. Saint-Petersburg: Izd-vo Eko-Vektor Publ., 2023. P. 340-341.*
21. Markeev A.P. *Teoreticheskaya mekhanika* (Theoretical mechanics). Moscow: Izd-vo CheRo Publ., 1999. 572 p.
22. Morozov V.M., Kalenova V.I. Satellite control using magnetic moments: controllability and stabilization algorithms. *Kosmicheskie issledovaniya. 2020. V. 58, No. 3. P. 199-207. (In Russ.)*
23. Morozov V.M., Kalenova V.I., Rak M.G. On stabilization of satellite regular precessions by means of magnetic moments. *Prikladnaya matematika i mekhanika. 2021. V. 85, No. 4. P. 436-453. (In Russ.)*
24. Davis L.K. *Motion damper. U.S. Patent No. 3,399,317.* Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office. 1968.
25. Wertz J.R. (ed.). *Spacecraft attitude determination and control.* Springer Science & Business Media, 1978. 858 p.
26. Suvorov M.A., Kolomytsev I.V. Control of spacecraft on highly elliptical orbit in given borders on orientation factors. *Trudy MAI. 2011. No. 45. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=25516>*

27. Pankratov I.A. The fastest reorientation of the spacecraft's circular orbit plane. *Trudy MAI*. 2020. No. 113. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=118184>. DOI: [10.34759/trd-2020-113-16](https://doi.org/10.34759/trd-2020-113-16)
28. Ovchinnikov M.Yu., Pen'kov V.I., Roldugin D.S. Active magnetic attitude control system providing three-axis inertial attitude. *Preprinty Instituta prikladnoi matematiki im. M.V. Keldysha*. 2013. No. 74. P. 1-24. (In Russ.).
29. Ivanov D.S. et al. Calibration of Sensors for Determination of Orientation of a Small Spacecraft. *Preprinty Instituta prikladnoi matematiki im. M.V. Keldysha*. 2010. No. 28. P. 1-30. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 24.02.2025

Одобрена после рецензирования 27.02.2025

Принята к публикации 25.06.2025

The article was submitted on 24.02.2025; approved after reviewing on 27.02.2025; accepted for publication on 25.06.2025